Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu

18. januar, 2022. godine

Ispit iz predmeta **Statistička fizika**

(ispit traje 180 minuta)

Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati, označiti u odgovarajućoj kućici na koricama sveske oznakom X. Zadatak obavezno započeti na novoj stranici. Neuredno i nečitko napisani zadaci neće biti pregledani. Odgovori se priznaju samo ukoliko su detaljno obrazloženi i ukoliko je konačan odgovor napisan korišćenjem pune rečenice, bez proizvoljno uvedenih oznaka kao što su strelice i slični simboli. Konačan odgovor uokviriti. Prilikom pregleda zadataka biće ocenjena tačnost i netačnost svega što je napisano u vežbanci, osim nedvosmisleno precrtanih oblasti.

Nije dozvoljen izlazak iz sale u prvih 60 minuta.

Ispitni deo gradiva sastoji se od zadataka 1–5. Studenti koji na kolokvijumu imaju manje od 10 poena, imaju mogućnost da uz ispitne zadatke rade dopunski zadatak 6.

1. [10] Za jedan kvantni sistem u termostatu, analizom u n-prostoru izvesti (u što kompaktnijoj formi) izraze za srednju vrednost energije $\langle E\rangle$ [3], srednju vrednost kvadrata energije $\langle E^2\rangle$ [3] i standardno odstupanje energije $\sigma_E = \sqrt{\langle \Delta E^2\rangle}$ [4] u funkciji statističke sume Z.

2. [10] Polazeći od izraza za gustinu stanja u funkciji energije, izvesti izraz za koncentraciju provodnih elektrona n u metalu na temperaturi apsolutne nule, u funkciji efektivne mase elektrona u provodnoj zoni m_{c} i vrednosti Fermijevog nivoa na temperaturi apsolutne nule E_{F0} [5], a zatim izvesti izraz za srednju vrednost kvadrata brzine jednog elektrona $\langle v^2\rangle$ na temperaturi apsolutne nule u funkciji E_{F0} [5]. Koordinatni sistem postaviti tako da dnu provodne zone odgovara energija od 0 eV.

3. [15] Koristeći kvantnu statistiku za ravnotežno stanje sistema fotonskog gasa, izvesti Plankov zakon zračenja, odnosno relaciju za spektralnu gustinu zračenja $w(\nu)$ [7]. Odrediti srednju talasnu dužinu zračenja $\langle\lambda\rangle$ [8].

4. [15] Za jedan neravnotežni sistem, koristeći Bolcmanovu kinetičku jednačinu napisanu u difuzionoj aproksimaciji i aproksimaciji vremena relaksacije, odrediti srednju vrednost kvadrata intenziteta brzine $\langle v^2\rangle$ čestice.

   Ukoliko postmatrani sistem predstavljaju elektroni u provodnoj zoni metala, pod pretpostavkom da je koncentracija elektrona n bliska ravnotežnoj na temperaturi apsolutne nule, izračunati vreme relaksacije sistema τ (smatrati da je τ konstanta). Poznata je provodnost metala $\sigma = 6\times 10^8\ (\Omega\mathrm{m})^{-1}$, energija Fermijevog nivoa na temperaturi apsolutne nule $E_{\mathrm{F0}} = 11.8$ eV, efektivna masa elektrona u provodnoj zoni $m_{\mathrm{c}} = 0.97 m_0$, gde je $m_0 = 9.11\times 10^{-31}$ kg masa elektrona. Vrednost Plankove konstante iznosi $h = 6.626\times 10^{-34}$ Js. Za elementarno naelektrisanje uzeti $q = 1.6\times 10^{-19}$ C.

5. [10] Polazeći od izraza za entropiju u k-prostoru, pokazati i detaljno obrazložiti da se jednačinom kinetičkog balansa u kvantnom obliku, kada je ispunjen princip detaljnog balansa, mogu opisati relaksacioni procesi.

Dopunski zadatak:

6. [10] Polazeći od Maksvelove raspodele po impulsima izvesti raspodelu po intenzitetima brzina [4], odrediti efektivnu brzinu [2], izvesti raspodelu po kinetičkim energijama [2] i odrediti srednju energiju [2].

Napomene:

Za integral u formi $J_n(\alpha) = \int_0^{+\infty} x^n \exp(-\alpha x^2)\mathrm{d}x$ *gde je* $n \geq 0$*, važi:*

$$J_{2k}(\alpha) = \frac{(2k-1)!!}{2^{k+1}}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha^{2k+1}}}, \quad J_{2k+1}(\alpha) = \frac{k!}{2\alpha^{k+1}}$$

Debajev integral:

$$I_n = \int_0^{+\infty} \frac{x^n \mathrm{d}x}{\exp(x) - 1} = \Gamma(n+1)\xi(n+1),$$

gde je sa ξ *označena Rimanova zeta funkcija, a sa* Γ *gama funkcija. Za* $n \in N$, $\Gamma(n+1) = n!$.