

Ispit iz predmeta Statistička fizika

(ispit traje 180 minuta)

Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati, označiti u odgovarajućoj kućici na koricama sveske oznakom X. Zadatak obavezno započeti na novoj stranici. Neuredno i nečitko napisani zadaci neće biti pregledani. Odgovori se priznaju samo ukoliko su detaljno obrazloženi i ukoliko je konačan odgovor napisan korišćenjem pune rečenice, bez proizvoljno uvedenih oznaka kao što su strelice i slični simboli. Konačan odgovor uokviriti. Prilikom pregleda zadataka biće ocenjena tačnost i netačnost svega što je napisano u vežbanci, osim nedvosmisleno precrtanih oblasti.

Nije dozvoljen izlazak iz sale u prvih 60 minuta.

Ispitni deo gradiva sastoji se od zadataka 1–5. Studenti koji na kolokvijumu imaju manje od 10 poena, imaju mogućnost da uz ispitne zadatke rade dopunski zadatak 6.

- [12] Jedan kvantni sistem od N identičnih čestica nalazi se u termodinamičkoj ravnoteži. Sistem ima tri diskretna energetska nivoa kojima odgovaraju energije $E_1 = 0$, $E_2 = \varepsilon$ i $E_3 = 2\varepsilon$. Uz pretpostavku da između čestica sistema nema interakcije, odrediti:
 - Statističku sumu jedne čestice \mathcal{Z} [3], srednju energiju jedne čestice $\langle E \rangle$ [2] i unutrašnju energiju sistema U [2].
 - Verovatnoću da se čestica nalazi na nivou kome odgovara energija E_3 , u slučaju visokih temperatura, kada je ispunjen uslov $k_B T \gg \varepsilon$ [2]. Koliko iznosi očekivana vrednost ove verovatnoće u limitu visokih temperatura? Obrazložiti odgovor [1].
 - Srednju energiju jedne čestice u slučaju visokih temperatura, kada važi uslov iz prethodne tačke [2].
- [13] Izračunati ukupnu energiju fotonskog gasa koji se sastoji od fotona emitovanih sa površine užarenog filameta sijalice čija zapremina iznosi $V = 100 \text{ cm}^3$. Smatrati da je temperatura filameta $T = 2800 \text{ K}$ i da se fotonski gas u sijalici nalazi u stanju termodinamičke ravnoteže na istoj temperaturi, te da zračenje filameta podleže Plankovom zakonu zračenja.
- [13] Izvesti izraz za srednju vrednost brzine $\langle v \rangle$ provodnog elektrona u bakru, na temperaturi T koja je dovoljno veća od temperature degeneracije [10]. Smatrati da je dno provodne zone izabrano za referentni nivo za energiju elektrona ($E_c = 0$) u provodnoj zoni. Ukoliko je koncentracija provodnih elektrona jednaka $n = 10^{29} \text{ m}^{-3}$, izračunati temperaturu degeneracije T_{deg} [2]. Efektivna masa elektrona u provodnoj zoni bakra iznosi $m_c = 1.01m_e$, gde je $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$. Vrednosti Plankove i Bolcmanove konstante su $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ m}^2\text{kg/s}$ i $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$, respektivno. Da li je opravdano smatrati da je temperatura elektronskog gasa dovoljno veća od temperature degeneracije [1]?
- [10] Za jedan neravnotežni sistem, koristeći Bolcmanovu kinetičku jednačinu napisanu u difuzionoj aproksimaciji i aproksimaciji vremena relaksacije, odrediti srednju vrednost kinetičke energije čestice $\langle E_k \rangle$.
- [12] Polazeći od Bolcmanove kinetičke jednačine napisane u difuzionoj aproksimaciji i aproksimaciji vremena relaksacije, detaljno izvesti izraz za fluks čestica u funkciji koeficijenta pokretljivosti μ' i koeficijenta difuzije D .

Dopunski zadatak:

- [10] Polazeći od Maksvelove raspodele po impulsima izvesti raspodelu po intenzitetima brzina [4], odrediti efektivnu brzinu [2], izvesti raspodelu po kinetičkim energijama [2] i odrediti srednju energiju [2].

Napomene:

Za integral u formi $J_n(\alpha) = \int_0^{+\infty} x^n \exp(-\alpha x^2) dx$ gde je $n \geq 0$, važi:

$$J_{2k}(\alpha) = \frac{(2k-1)!!}{2^{k+1}} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha^{2k+1}}}, \quad J_{2k+1}(\alpha) = \frac{k!}{2\alpha^{k+1}}$$

Debajev integral:

$$I_n = \int_0^{+\infty} \frac{x^n dx}{\exp(x) - 1} = \Gamma(n+1)\zeta(n+1),$$

gde je sa ζ označena Rimanova zeta funkcija, a sa Γ gama funkcija.

U tabeli ispod, date su vrednosti Rimanove zeta funkcije za neke parne argumente:

$\zeta(2)$	$\pi^2/6 \approx 1.644934$
$\zeta(4)$	$\pi^4/90 \approx 1.082323$
$\zeta(6)$	$\pi^6/945 \approx 1.017343$
$\zeta(8)$	$\pi^8/9450 \approx 1.004077$
$\zeta(10)$	$\pi^{10}/93555 \approx 1.000995$
$\zeta(12)$	$691\pi^{12}/638512875 \approx 1.000246$
$\zeta(14)$	$2\pi^{14}/18243225 \approx 1.000061$

U tabeli ispod, date su vrednosti Rimanove zeta funkcije za neke neparne argumente:

$\zeta(3)$	≈ 1.202057
$\zeta(5)$	≈ 1.036928
$\zeta(7)$	≈ 1.008349
$\zeta(9)$	≈ 1.002008
$\zeta(11)$	≈ 1.000494
$\zeta(13)$	≈ 1.000123
$\zeta(15)$	≈ 1.000031