Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu
23. januar, 2023. godine

Ispit iz predmeta **Statistička fizika**

(ispit traje 180 minuta)

Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati, označiti u odgovarajućoj kućici na koricama sveske oznakom X. Zadatak obavezno započeti na novoj stranici. Neuredno i nečitko napisani zadaci neće biti pregledani. Odgovori se priznaju samo ukoliko su detaljno obrazloženi i ukoliko je konačan odgovor napisan korišćenjem pune rečenice, bez proizvoljno uvedenih oznaka kao što su strelice i slični simboli. Konačan odgovor uokviriti. Prilikom pregleda zadataka biće ocenjena tačnost i netačnost svega što je napisano u vežbanci, osim nedvosmisleno precrtanih oblasti.
Nije dozvoljen izlazak iz sale u prvih 60 minuta.

1. [10] Za jedan kvantni sistem u termostatu, analizom u n-prostoru izvesti (u što kompaktnijoj formi) izraze za srednju vrednost energije $\langle E\rangle$ [3], srednju vrednost kvadrata energije $\langle E^2\rangle$ [3] i standardno odstupanje energije $\sigma_E = \sqrt{\langle \Delta E^2\rangle}$ [4] u funkciji statističke sume $\mathcal{Z}$.

2. [15] Za jedan elektronski gas provodnih elektrona u metalu koji se nalazi u stanju termodinamičke ravnoteže na temperaturi T i koji se sastoji od velikog broja elektrona ($N \to \infty$), odrediti statističku sumu gasa $\mathcal{Z}$ [10], a zatim i vezu između pritiska, zapremine i unutrašnje energije gasa $f(p, V, U)$ [5].

3. [15] Polazeći od Plankove raspodele za fotonski gas u termodinamičkoj ravnoteži na temperaturi T, odrediti srednje vrednosti učestanosti $\langle \nu\rangle$ [10] i talasne dužine $\langle \lambda\rangle$ [5] fotona.

4. [10] Posmatra se sistem čestica na koje deluje konstantna spoljašnja sila intenziteta F i u pravcu i smeru delovanja ove sile vrši se prinudno kretanje čestica. Ukoliko je koncentracija čestica konstantna, koristeći Bolcmanovu kinetičku jednačinu pod pretpostavkom difuzione aproksimacije i aproksimacije vremena relaksacije, odrediti srednju vrednost komponente brzine u pravcu dejstva spoljašnje sile.

5. [10] Izvesti i obrazložiti uslove normiranja za dvočestičnu i työčestičnu korelacionu funkciju $g_2(1,2)$ i $g_3(1,2,3)$, respektivno.

Napomene:

Za integral u formi $J_n(\alpha) = \int_0^{+\infty} x^n \exp(-\alpha x^2)\mathrm{d}x$ *gde je* $n \geq 0$, *važi:*

$$J_{2k}(\alpha) = \frac{(2k-1)!!}{2^{k+1}}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha^{2k+1}}}, \quad J_{2k+1}(\alpha) = \frac{k!}{2\alpha^{k+1}}$$

Debajev integral:

$$I_n = \int_0^{+\infty} \frac{x^n \mathrm{d}x}{\exp(x) - 1} = \Gamma(n+1)\xi(n+1),$$

gde je sa ξ *označena Rimanova zeta funkcija, a sa* Γ *gama funkcija. Za* $n \in N$, *važe sledeće osobine gama funkcije:*

$$\Gamma(n+1) = n!, \quad \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}, \quad \Gamma\left(\frac{1}{2}+n\right) = \frac{(2n)!}{4^n n!}\sqrt{\pi}, \quad \Gamma\left(\frac{1}{2}-n\right) = \frac{(-4)^n n!}{(2n)!}\sqrt{\pi}$$