

Elektrotehnički fakultet u Beogradu  
Katedra za Mikroelektroniku i tehničku fiziku

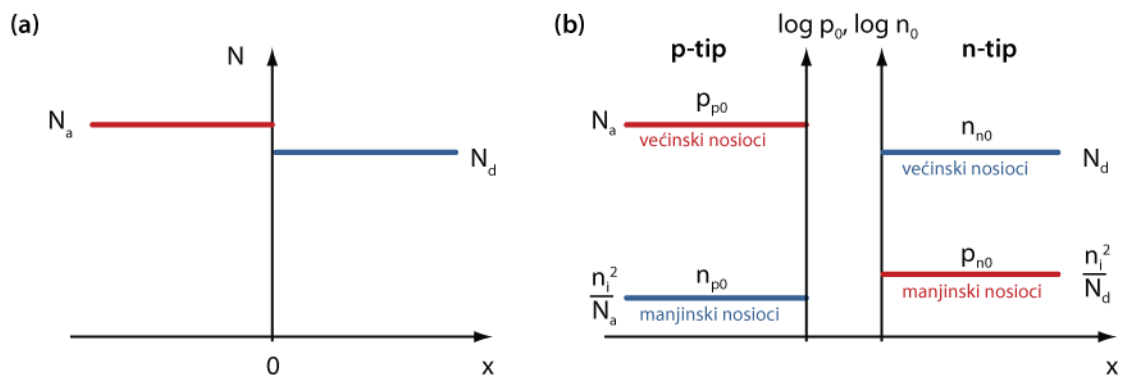
# PN spoj

Dr Dejan Gvozdić

## 1. PN spoj u termodinamičkoj ravnoteži

PN spoj predstavlja fundamentalni pojam savremene elektronike. Praktično sve najvažnije komponente u današnjoj elektronici sadrže PN spoj kao osnovni ili pomoćni mehanizam kontrole ili pojačanja struje. PN spoj leži u osnovi većine optoelektronskih komponenata kao što su poluprovodnički laseri, svetleće diode, fotodetektor, solarne ćelije, elektroapsorpcioni modulatori, itd. PN spoj se formira onda kada se u međusobni kontakt dovedu poluprovodnik n i poluprovodnik p-tipa. Tada nastaje materijal koji se po svojim električnim svojstvima suštinski razlikuje od materijala od kojih je nastao. Praktična realizacija PN spoja ostvaruje se složenim tehnološkim postupcima, koji ne podrazumevaju jednostavno spajanje materijala n i p-tipa. Ovi procesi uključuju oksidaciju, difuziju i jonsku implantaciju dopanata, litografiju, depoziciju tankih filmova koja uključuje procese evaporacije, spaterovanje, hemijsku depoziciju iz parne faze, epitaksiju i slično.

U daljem razmatranju posmatra se poluprovodnički PN spoj sa homogenom raspodelom primesa na n i na p strani, koji se nalazi na sobnoj temperaturi. Neka je koncentracija primesa na p strani veća od koncentracije primesa na n strani ( $N_a > N_d$ ), slika 1(a). Odgovarajuća raspodela većinskih nosioca na p strani poluprovodnika, pre spajanja sa n-tipom poluprovodnika i formiranja PN spoja, iznosi  $p_{p0}$  i jednaka je koncentraciji akceptorskih primesa  $N_a$ , dok je na n strani koncentracija elektrona  $n_{n0}$  jednaka koncentraciji donorskih primesa  $N_d$ , slika 1(b). Pretpostavka je da su sve primese jonizovane. Koncentracije manjinskih nosilaca na p i n strani određene su izrazom za sopstvenu koncentraciju i iznose  $n_{p0} = n_i^2 / p_{p0}$  i  $p_{n0} = n_i^2 / n_{n0}$ , respektivno. Ako p i n stranu sačinjavaju poluprovodnički uzorci od istog materijala, onda je  $n_i^2 = p_{p0} \cdot n_{p0} = n_{n0} \cdot p_{n0}$ . To znači da za  $N_a > N_d$ , koncentracija manjinskih nosilaca na p strani mora biti manja od koncentracije manjinskih nosilaca na n strani ( $p_{n0} > n_{p0}$ ).



Slika 1. (a) Koncentracija primesa i (b) većinskih i manjinskih nosilaca na n i p strani poluprovodnika pre spajanja i formiranja pn spoja

Relacije koje određuju koncentraciju većinskih i manjinskih nosilaca, kao i položaj Fermijevog nivoa, za p stranu su:

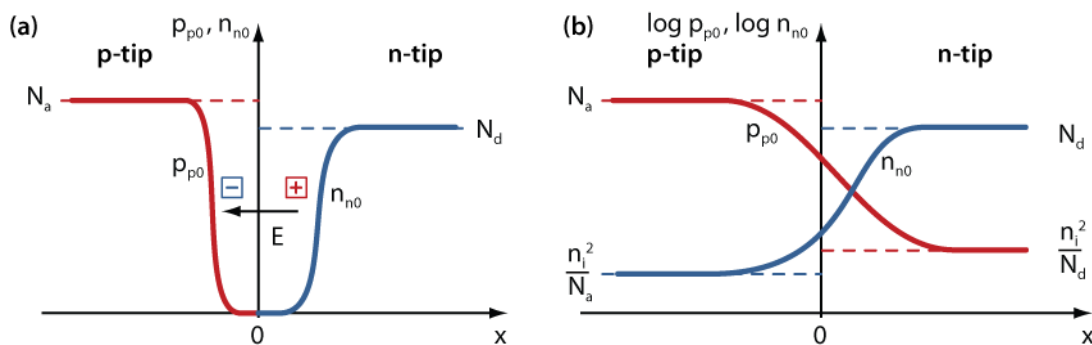
$$N_d = 0, \quad N_a^- = N_a = p_{p0} = N_v \exp\left(-\frac{E_F - E_v}{k_B T}\right), \quad n_{p0} = \frac{n_i^2}{p_{p0}} = \frac{n_i^2}{N_a} = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k_B T}\right),$$

a za na n stranu:

$$N_a = 0, \quad N_d^+ = N_d = n_{n0} = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k_B T}\right), \quad p_{n0} = \frac{n_i^2}{n_{n0}} = \frac{n_i^2}{N_d} = N_v \exp\left(-\frac{E_F - E_v}{k_B T}\right),$$

gde se vrednost Fermijevog nivoa  $E_F$  razlikuje za p i n stranu, pošto se posmatraju poluprovodnički uzorci pre spajanja i formiranja PN spoja. Na p strani Fermijev nivo je bliži vrhu valentne zone, dok je na n strani bliži dnu provodne zone.

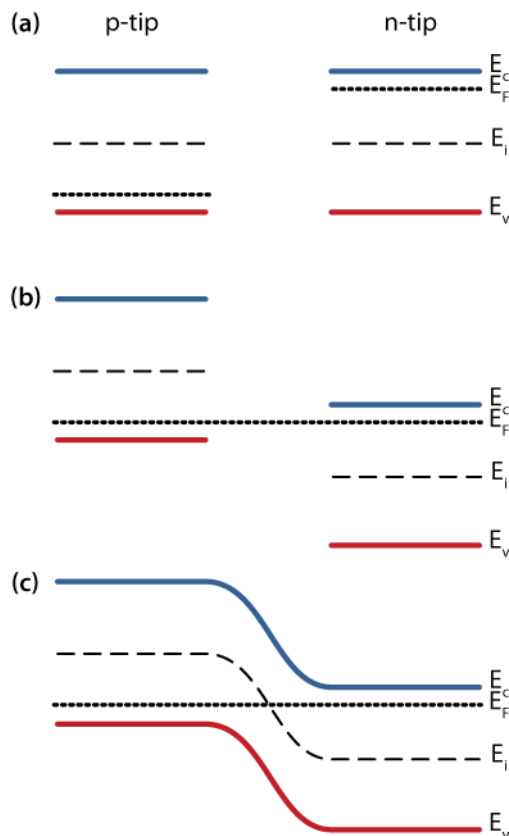
Nakon spajanja poluprovodnika n i p-tipa započinje proces difuzije većinskih nosilaca ka oblastima manjinskih nosilaca. Kao i kod nehomogeno dopiranog poluprovodnika, ovaj proces dovodi do pojave nekompensovanog naelektrisanja koje potiče od jonizovanih primesa. Kada elektroni sa n strane pređu na p stranu, na n strani ostaju nekompensovani pozitivno jonizovani donori. Usled prelaska šupljina sa p na n stranu, na p strani ostaju nekompensovani negativno naelektrisani akceptori. Ova fiksna naelektrisanja formiraju električno polje koje dovodi do drifta nosilaca i suprotstavlja se difuziji. U termodinamičkoj ravnoteži difuziona i driftovska komponenta struje postaju uravnotežene, što dovodi do prestanka kretanja nosilaca i formiranja oblasti nekompensovanih jonizovanih donora i akceptora. Oblast oko spoja naziva se **oblast prostornog tovara** (naelektrisanja), i u njoj postoji veoma malo slobodnog naelektrisanja. Zbog smanjenja koncentracije slobodnih nosilaca ova oblast se još naziva "**oblast osiromašenja**" (*depleted region*). Mesto kontakta p i n-tipa poluprovodnika naziva se **metalurški spoj**. Oblast levo i desno od oblasti prostornog tovara (oblasti osiromašenja) naziva se **kvazi-neutralna oblast**. U ovoj oblasti primese su kompenzovane slobodnim nosiocima, pa za nepolarisan PN spoj, nema pojave električnog polja. Za polarisan PN spoj u ovoj oblasti postoji slabo električno polje, o čemu će biti reči kasnije. Na slici 2 prikazana je raspodela slobodnog naelektrisanja koje praktično nestaje u okolini spoja, ostavljajući nekompensovane jonizovane primese koje stvaraju električno polje.



**Slika 2.** Raspodela većinskih slobodnih nosilaca (elektrona i šupljina) nakon spajanja p i n tipa poluprovodnika, prikazana u (a) linearnoj i (b) logaritamskoj razmeri

Ekvivalentan pristup u tumačenju procesa difuzije i formiranja oblasti prostornog tovara zasniva se na razmatranju Fermijevih nivoa. Prilikom formiranja PN spoja, Fermijevi nivoi na p i n strani poluprovodnika se ne poklapaju, slika 3(a). U momentu kada većinski nosioci počnu da prelaze na suprotnu stranu dolazi do podizanja Fermijevog nivoa na p strani i istovremenog spuštavanja Fermijevog nivoa na n strani. Nakon završetka prelaznog procesa, tj. zaustavljanja procesa difuzije i uspostavljanja termodinamičke ravnoteže, Fermijev nivo je konstantan duž čitave strukture, slika 3(b).

Dovoljno daleko od oblasti spoja, poluprovodnici imaju nepromenjene karakteristike i zonski dijagram kao pre spajanja. Da bi zonski dijagram u kvazi-neutralnim oblastima ostao nepromenjen, u oblasti osiromašenja mora doći do „krivljenja“ provodne i valentne zone. Na slici 3(c) dat je šematski prikaz krivljenja provodne i valentne zone u oblasti osiromašenja usled procesa izjednačavanja Fermijevih nivoa na p i n strani poluprovodnika tokom formiranja PN spoja.



**Slika 3.** (a) Zonski dijagram p i n tipa poluprovodnika pre spajanja i formiranja PN spoja; (b) zonski dijagram kvazi-neutralnih oblasti nakon formiranja PN spoja; (c) kompletan zonski dijagram PN spoja i krivljenje zona u oblasti osiromašenja

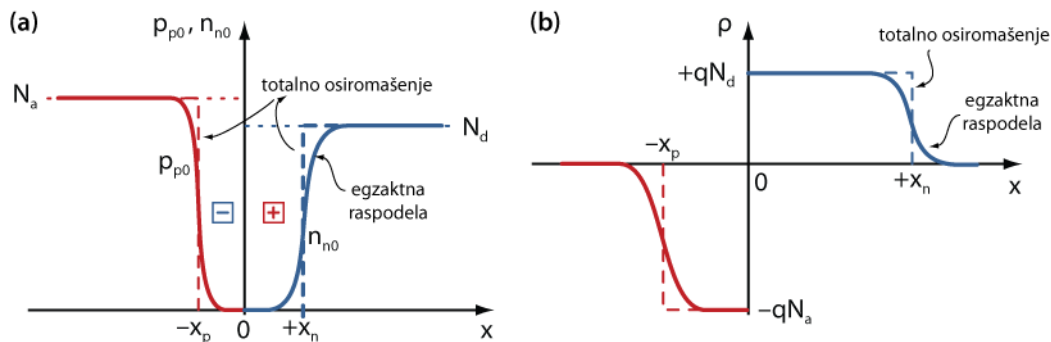
## 1.1 Aproksimacija totalnog osiromašenja

Da bi se stekao što bolji uvid u fizičke procese koji se dešavaju u PN spoju potrebno je razviti analitičke metode za njegovo razmatranje. Metodi bazirani na numeričkom modelovanju u suštini daju detaljnu i preciznu sliku ovih procesa, ali njihova direktna primena ne pruža jasan uvid u osnovne međuzavisnosti fizičkih veličina koje su od interesa u funkcionisanju PN spoja. U razmatranju i analizi PN spoja od interesa su njegova elektrostatika, strujno-naponska karakteristika, model za male signale i konačno tranzijentne karakteristike, takozvani prelazni režim.

Realizacija tretmana PN spoja analitičkim putem, zahteva uvođenje određenih aproksimacija, koje olakšavaju analizu i omogućavaju izvođenje analitičkih izraza za raspodelu fiksnog naelektrisanja u oblasti prostornog tovara, raspodelu električnog polja i potencijala. Ovaj skup aproksimacija naziva se **aproksimacija totalnog osiromašenja** i uključuje sledeće pretpostavke:

1. Kvazi-neutralna oblast je u potpunosti elektroneutralna.
2. U oblasti osiromašenja nema slobodnih nosilaca.
3. Prelaz na granici između oblasti osiromašenja i kvazi-neutralne oblasti je strm.

Na slici 4(a) prikazana je egzaktna raspodela slobodnog naelektrisanja, kao i raspodela koja se dobija u aproksimaciji totalnog osiromašenja. Komplementarna zavisnost je prikazana na slici 4(b) i daje profil jonizovanih donora i akceptora.



**Slika 4.** Raspodela (a) slobodnog naelektrisanja i (b) nekompenzovanih jonizovanih primesa u aproksimaciji totalnog osiromašenja (isprekidane linije). Punim linijama predstavljene su egzaktna raspodele bez aproksimacije totalnog osiromašenja.

Ako se pretpostavi homogena raspodela primesa na svakoj strani PN spoja, onda je lako pokazati da je ukupna količina naelektrisanja na n strani proizvod koncentracije donora  $N_d$  i zapremine osiromašene oblasti na n strani. Ako je širina osiromašene oblasti određena sa  $x_n$  onda je količina pozitivnog naelektrisanja na n strani:

$$Q_{N_d} = qN_d Ax_n,$$

gde je  $A$  površina poprečnog preseka spoja. Na sličan način za količinu negativnog naelektrisanja na p strani se dobija:

$$Q_{N_a} = -qN_a Ax_p,$$

gde je  $x_p$  širina oblasti prostornog tovara na p strani. Pri tome, ukupna količina pozitivnog i negativnog naelektrisanja mora biti ista, što je posledica elektroneutralnosti poluprovodnika pre spajanja:

$$|Q_{N_a}| = |Q_{N_d}| \Rightarrow N_d x_n = N_a x_p.$$

## 1.2 Raspodela električnog polja i potencijala u PN spoju

Ako se pretpostavi da je raspodela fiksnog naelektrisanja u oblasti prostornog tovara poznata, može se doći do raspodele električnog polja rešavanjem Poisson-ove jednačine koja glasi:

$$\frac{d\mathcal{E}}{dx} = -\frac{d^2\Phi}{dx^2} = \frac{\rho(x)}{\epsilon_0 \epsilon_r},$$

gde je gustina nekompenzovanih jonizovanih primesa u oblasti osiromašenja:

$$\rho(x) = \begin{cases} -qN_a, & -x_p \leq x \leq 0 \\ +qN_d, & 0 \leq x \leq x_n \end{cases},$$

Za dati raspored p i n oblasti (p-tip poluprovodnika je sa leve strane, a n-tip poluprovodnika sa desne strane PN spoja) električno polje je orijentisano suprotno od x-

ose, zbog čega je polje prikazano na slici 5(a) negativno i ima linearni karakter u svakoj tački PN spoja. Integracija Poisson-ove jednačine daje:

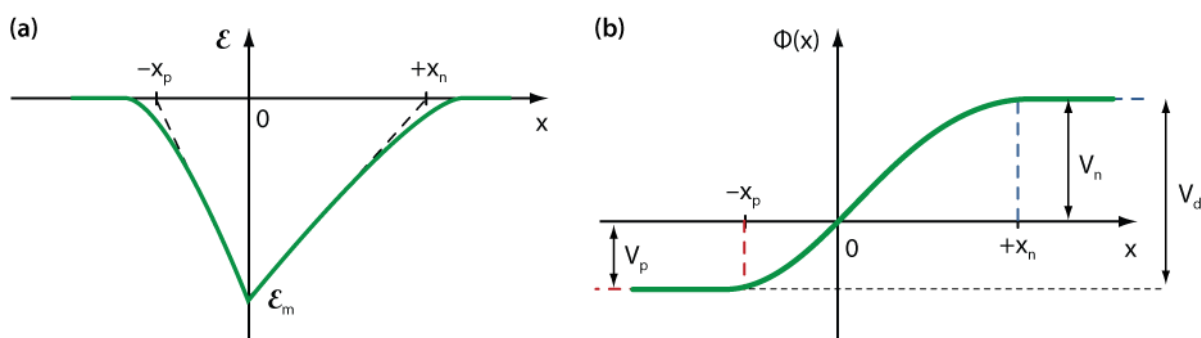
$$\mathcal{E} = \begin{cases} C_1 - \frac{qN_a}{\epsilon_0\epsilon_r}x, & -x_p \leq x \leq 0 \\ C_2 + \frac{qN_d}{\epsilon_0\epsilon_r}x, & 0 \leq x \leq x_n \end{cases},$$

Kako je polje isto sa leve i desne strane spoja, važi da je  $C_1 = C_2 = C$ . Osim toga, polje je jednako nuli ( $\mathcal{E} = 0$ ) levo i desno od osiromašene oblasti, pa se za konstante  $C_1$  i  $C_2$  dobija:

$$C = -\frac{qN_ax_p}{\epsilon_0\epsilon_r} = -\frac{qN_dx_n}{\epsilon_0\epsilon_r}.$$

Do zaključka da je polje levo i desno od oblasti osiromašenja jednako nuli dolazi se primenom Gauss-ovog zakona. Naime, ako se posmatra zapremina koja obuhvata celu oblast osiromašenja i uz to proizvoljni deo kvazi-neutralne oblasti, onda je fluks električnog polja na mestu gde ova zapremina završava određen naelektrisanjem koje je lokalizovano u ovoj zapremini. Pošto je ukupno naelektrisanje u ovakvoj zapremini jednako nula, onda je zaključak da van oblasti osiromašenja nema električnog polja. Zato važi da je:

$$\mathcal{E} = \begin{cases} -\frac{qN_a}{\epsilon_0\epsilon_r}(x_p + x), & -x_p \leq x \leq 0, \\ -\frac{qN_d}{\epsilon_0\epsilon_r}(x_n - x), & 0 \leq x \leq x_n. \end{cases}$$



Slika 5. Raspodela (a) električnog polja i (b) elektrostatickog potencijala

Na osnovu veze između električnog polja i potencijala

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dx},$$

ponovnom integracijom

$$\Phi(x) = -\int \mathcal{E}(x)dx + K$$

dolazi se do raspodele potencijala na p strani

$$\Phi_1(x) = K_1 + \frac{qN_a}{\varepsilon_0\varepsilon_r} \left( \frac{x^2}{2} + x_p \cdot x \right)$$

i na n strani:

$$\Phi_2(x) = K_2 + \frac{qN_d}{\varepsilon_0\varepsilon_r} \left( x_n \cdot x - \frac{x^2}{2} \right).$$

Ako se sada referentna vrednost potencijala izabere u tački  $x = 0$  i to tako da je  $\Phi(0) = 0$ , dobija se da je  $K_1 = K_2 = 0$ . Na mestima  $x_n$  i  $-x_p$  potencijal ima najveću i najmanju vrednost, respektivno označenu sa  $\Phi_n(+x_n)$  i  $\Phi_p(-x_p)$ . Pad napona na p strani iznosi  $V_p$  a na n strani  $V_n$ . Razlika potencijala  $\Phi_n(+x_n)$  i  $\Phi_p(-x_p)$  određuje visinu **zaprečnog (difuzionog) potencijala**  $V_d$ , koji jednak zbiru pada napona na n i p strani:

$$V_d = V_n + V_p = \Phi(x_n) - \Phi(-x_p) = \frac{q}{2\varepsilon_0\varepsilon_r} (N_d x_n^2 + N_a x_p^2).$$

Za  $x < -x_p$  i  $x > x_n$  ove vrednosti potencijala ostaju nepromenjene u odnosu na vrednosti u tačkama  $x = -x_p$  i  $x = x_n$ , jer u ovim oblastima ne postoji električno polje. Iz prethodne relacije, uz uslov  $x_p N_a = x_n N_d$ , dobija se:

$$V_d = \frac{1}{2} \frac{qN_d x_n}{\varepsilon_0\varepsilon_r} (x_n + x_p) = \frac{1}{2} \frac{qN_a x_p}{\varepsilon_0\varepsilon_r} (x_n + x_p).$$

Kako je  $x_n + x_p = W$  ukupna širina oblasti osiromašenja, a

$$\frac{qN_d x_n}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{qN_a x_p}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = \mathcal{E}_m,$$

gde je  $\mathcal{E}_m$  maksimalna jačina električnog polja, za potencijal  $V_d$  se dobija:

$$V_d = \frac{\mathcal{E}_m W}{2}.$$

Na slici 5(b) prikazana je raspodela potencijala u slučaju kada je za referentnu vrednost potencijala u tački  $x = 0$  uzeto  $\Phi(0) = 0$ .

Izraz za širinu oblasti prostornog tovara može se napisati korišćenjem izraza za maksimalnu vrednost električnog polja:

$$W = x_n + x_p = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r}{q} \frac{E_m}{N_d} + \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r}{q} \frac{E_m}{N_a} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r}{q} \left( \frac{1}{N_d} + \frac{1}{N_a} \right) E_m.$$

Kako je

$$\mathcal{E}_m = \frac{2V_d}{W},$$

zamenom u prethodnu relaciju, dobija se:

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{q} \left( \frac{1}{N_d} + \frac{1}{N_a} \right) \frac{2V_d}{W},$$

što konačno daje:

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_r}{q} \left( \frac{1}{N_d} + \frac{1}{N_a} \right) \cdot V_d}.$$

Primenom prethodnog postupka moguće je odrediti širinu oblasti prostornog tovara na svakoj strani spoja, tj.  $x_n$  i  $x_p$ :

$$x_n = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{q} \frac{1}{N_d} \frac{2V_d}{W} = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_r}{q} \frac{V_d}{N_d} \left( \frac{N_a}{N_d + N_a} \right)},$$

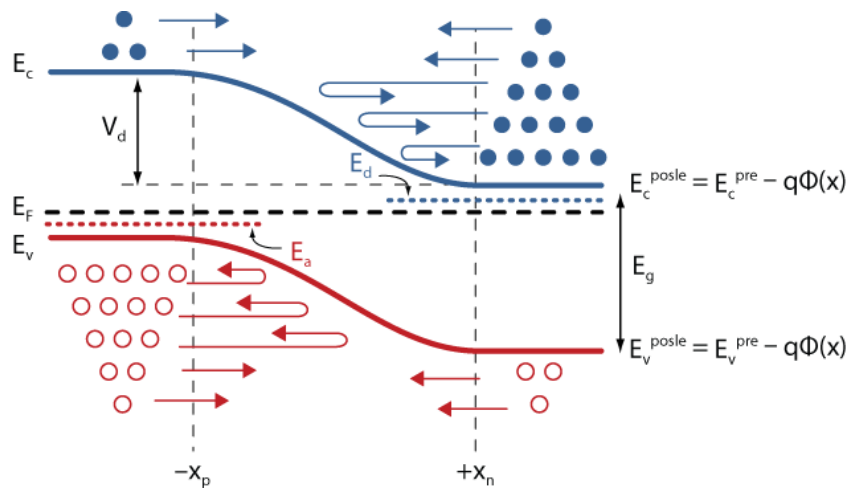
$$x_p = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{q} \frac{1}{N_a} \frac{2V_d}{W} = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_r}{q} \frac{V_d}{N_a} \left( \frac{N_d}{N_d + N_a} \right)}.$$

Sprovedeno razmatranje polazi od pretpostavke da su barem neke veličine unapred poznate. Na primer, ako su poznati  $x_n$  i  $x_p$ ,  $N_a$  i  $N_d$ , onda je moguće odrediti  $V_d$ , ili obrnuto, ako se zna vrednost zaprečnog potencijala  $V_d$ ,  $N_a$  i  $N_d$ , onda je moguće odrediti  $\varepsilon_m$ ,  $W$ ,  $x_n$ ,  $x_p$ , itd. U daljoj analizi PN spoja pokazaćemo da je zaprečni potencijal moguće odrediti metodom koju smo razvili kod nehomogenog poluprovodnika i da  $V_d$  zavisi samo od  $N_a$ ,  $N_d$  i temperature. To znači da se svi ostali navedeni parametri mogu odrediti polazeći od  $N_a$ ,  $N_d$  i temperature.

### 1.3 Zonski profil PN spoja u termodinamičkoj ravnoteži

Zaprečni (difuzioni) potencijal  $V_d$  uspostavlja barijeru za dalji prelaz elektrona sa n na p stranu, kao i šupljina sa p na n stranu. U razmatranju nehomogenog poluprovodnika (PN spoj sam po sebi predstavlja specijalni slučaj nehomogenog poluprovodnika), pokazano je da prisustvo elektrostatičkog potencijala dovodi do krivljenja provodne i valentne zone. Ovo krivljenje zona dovodi do formiranja potencijalne barijere za većinske nosioce (slika 6). Barijera nema kvantno-mehanički karakter, jer se potencijal spoja menja u oblasti koja za nekoliko redova veličine prevazilazi dimenzije De Broglie-ve talasne dužine za elektrone. Kada je barijera formirana nastupa stanje termodinamičke ravnoteže. Međutim, ta ravnoteža nije statička, već dinamička. Naime, sve vreme nosioci se kreću u oba smera preko barijere. Kao što je već poznato, većinski nosioci se na suprotnu stranu PN spoja premeštaju zahvaljujući procesu difuzije. Statistički gledano, pojedini većinski nosioci mogu u malom broju i dalje prelaziti na stranu manjinskih, jer poseduju srednju energiju koja im omogućava savlađivanje potencijalne barijere. Međutim, električno polje koje dovodi do pojave ove barijere deluje tako da manjinske nosioce koji su zahvaćeni električnim poljem driftovski prebacuje u oblast većinskih nosilaca. Proces drifta u suštini odgovara „spuštanju“ nosilaca niz „padinu“ potencijalne barijere. Na taj način, proces difuzije je u stanju termodinamičke ravnoteže potpuno kompenzovan driftom, što znači da je ukupna struja u termodinamičkoj ravnoteži jednaka nuli.





**Slika 6.** Zonski dijagram PN spoja za uspostavljeno stanje termodinamičke ravnoteže. Zaprečni potencijal formira potencijalnu barijeru koja se suprotstavlja difuziji većinskih nosilaca.

Na slici 6 prikazana je situacija u kojoj nisko-energetski elektroni na n strani, kao većinski nosioci, nemaju dovoljno veliku energiju da savladaju barijeru i da se procesom difuzije prebace na stranu manjinskih nosilaca. Međutim, za mali broj energetski bogatih elektrona barijera nije dovoljno visoka, zbog čega se oni procesom difuzije prebacuju na drugu stranu. Na p strani prikazani su elektroni, koji se driftom „spuštaju“ nazad na stranu. Slično razmatranje važi i za šupljine.

Treba primetiti, da je kao i kod nehomogenog poluprovodnika, u stanju termodinamičke ravnoteže, Fermijev nivo svuda konstantan. Pošto je ukupna struja za svaki tip nosilaca jednaka nuli, važi da je:

$$J_n = qn\mu_n \mathcal{E} + qD_n \frac{dn}{dx} = 0,$$

$$J_p = qp\mu_p \mathcal{E} - qD_p \frac{dp}{dx} = 0.$$

Iz uslova  $J_n = 0$ , proizilazi da je

$$-\frac{\mu_n}{D_n} \mathcal{E} = \frac{1}{n} \frac{dn}{dx},$$

odakle se integracijom od  $-x_p$  do  $x_n$  dolazi do:

$$-\frac{\mu_n}{D_n} \int_{-x_p}^{x_n} \mathcal{E} dx = \int_{n_{p0}}^{n_{n0}} \frac{dn}{n},$$

pri čemu je uzeto u obzir da je  $n(-x_p) = n_{p0}$ , dok je  $n(x_n) = n_{n0}$ . Kako je

$$-\int_{-x_p}^{x_n} \mathcal{E} dx = \int_{-x_p}^{x_n} \left( + \frac{d\Phi}{dx} \right) dx = \Phi(x_n) - \Phi(-x_p) = V_d,$$

dobija se

$$\frac{n_{n0}}{n_{p0}} = \exp\left(\frac{\mu_n V_d}{D_n}\right),$$

što konačno daje:

$$n_{p0} = n_{n0} \exp\left(-\frac{qV_d}{k_B T}\right).$$

Analognim postupkom, polazeći od  $J_p = 0$ , dolazi se do veze između koncentracije šupljina levo i desno od spoja:

$$p_{n0} = p_{p0} \exp\left(-\frac{qV_d}{k_B T}\right).$$

Kako je sopstvena koncentracija  $n_i^2$  jednaka proizvodu koncentracija većinskih i manjinskih nosilaca, važi veza  $n_i^2 = n_{p0} p_{p0} = n_{n0} p_{n0}$ . Na osnovu prethodnih relacija, koje povezuju koncentraciju većinskih i manjinskih nosilaca sa obe strane spoja, dolazi se do izraza za sopstvenu koncentraciju

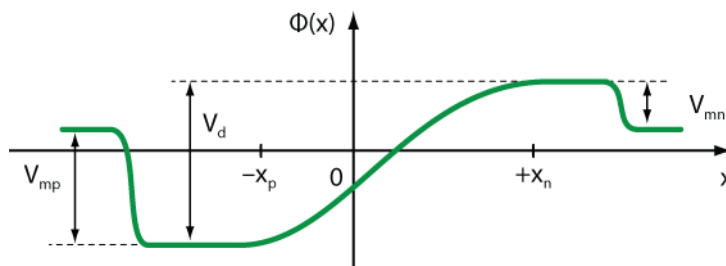
$$n_i^2 = n_{p0} p_{p0} = n_{n0} p_{n0} = p_{p0} n_{n0} \exp\left(-\frac{qV_d}{k_B T}\right) = N_a N_d \exp\left(-\frac{qV_d}{k_B T}\right),$$

koji dalje omogućava da se vrednost zaprečnog potencijala  $V_d$  izrazi u funkciji od temperature i koncentracije primesa  $N_a$  i  $N_d$

$$V_d = \frac{k_B T}{q} \ln\left(\frac{N_a N_d}{n_i^2}\right).$$

Na osnovu prethodnog izraza jasno je da zaprečni potencijal raste kada raste koncentracija primesa, a takođe raste i sa temperaturom. Na sobnoj temperaturi ( $T = 300$  K) vrednost  $V_d$  se obično kreće od 0.5 do 0.7 V.

Razmotrimo na kraju da li je i kako moguće izmeriti razliku potencijala na krajevima PN spoja. Pokazuje se, o čemu će biti više reči u jednom od narednih poglavlja, da prilikom bilo kog postupka merenja, između poluprovodnika i metala dolazi do formiranja novog spoja koji dovodi do pojave smanjenja ( $V_{mn}$ ) barijere na n strani i do povećanja barijere na p strani ( $V_{mp}$ ) i to tako da ovi novi spojevi u potpunosti poništavaju ugrađenu barijeru PN spoja, što dovodi do toga da nema razlike potencijala na krajevima.



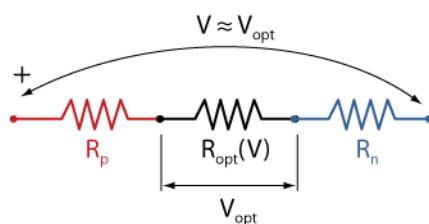
**Slika 7.** Raspodela potencijala u PN spoju vezanom su spoljašnje kolo preko metalnih kontakata.

## 2. PN spoj van termodinamičke ravnoteže

Polarizacijom PN spoja spoljašnjim potencijalom tako da se p strana spoja nalazi na višem potencijalu u odnosu na n stranu, postiže se da struja kroz spoj bez većeg otpora protiče u smeru od p ka n strani. Ovakav režim rada naziva se **direktna polarizacija**. U suprotnom slučaju, za režim **inverzne polarizacije**, kroz spoj protiče zanemarljiva struja. Ova asimetrija u protoku struje predstavlja osnovnu karakteristiku PN spoja i praktično omogućava ostvarivanje njegove ispravljачke funkcije. Pored ove funkcije, PN spoj se može koristiti kao naponski kontrolisani kondenzator, fotoćelija, svetlosni izvor, a kombinacija više PN spojeva omogućava realizaciju raznih tipova tranzistora, tiristora i drugih elektronskih naprava.

### 2.1 Kvalitativna analiza polarisanog PN spoja

Postavlja se pitanje, kako je pad napona raspoređen duž spoja u slučaju direktno polarisanog PN spoja kroz koji protiče struja. Polazi se od pretpostavke da oblast prostornog tovara u kojoj postoji potencijalna barijera, predstavlja deo sa najvećom otpornošću za nosioce, što je u suštini ispravno, ne samo sa aspekta ugrađenog potencijala i polja, već i sa aspekta provodnosti ove oblasti, jer ona ne poseduje slobodne nosioce. U tom pogledu, najveći pad napona na PN spoju javlja se baš u okolini spoja, u oblasti prostornog tovara i dominantno određuje ponašanje spoja. Kvazi-neutralne oblasti su u pogledu provodnosti daleko bolje od oblasti osiromašenja jer su usled jakog ili umerenog dopiranja bogate slobodnim nosiocima. Međutim, i pored velike provodnosti, na kvazi-neutralnim oblastima postoji izvestan pad napona kada struja protiče kroz PN spoj. Tačnije, PN spoj se ponaša kao otpornost zavisna od napona, pri čemu se pri malim naponima direktne polarizacije PN spoj može prikazati kao ekvivalentna otpornost tri serijski vezana otpornika (slika 8) od kojih centralni ima najveću otpornost, pa je i pad napona na njemu najveći. Naravno, pri većim naponima direktne polarizacije ova centralna otpornost postaje manja, pa čak i zanemarljiva pri velikim polarizacijama.

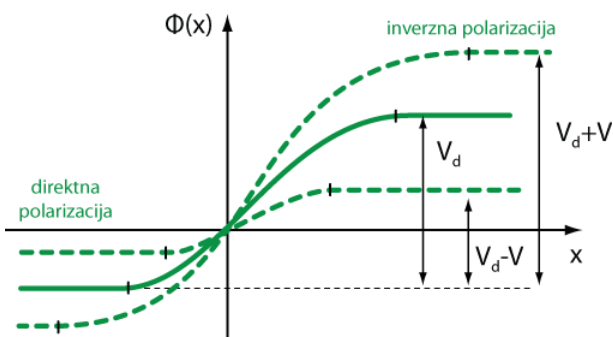


Slika 8. Ekvivalentna otpornost PN spoja

Postojanje pada napona na kvazi-neutralnim oblastima znači da u ovoj oblasti postoji električno polje. U najvećem broju slučajeva opravdano je pretpostaviti da je skoro sav pad na PN spoju (diodi) lokalizovan na oblasti prostornog tovara. Međutim, treba imati u vidu da je slabo električno polje koje postoji u kvazi-neutralnim oblastima odgovorno za transport većinskih nosilaca od kontakta ka osiromašenoj oblasti.

U daljem razmatranju smatraćemo da je napon polarizacije  $V$  u potpunosti lokalizovan na oblasti osiromašenja i da je pozitivan ako je p strana spoja na višem potencijalu od n strane. Pri direktnoj polarizaciji  $V > 0$ , a pri inverznoj polarizaciji ćemo koristiti pozitivne vrednosti za  $V$  sa negativnim predznakom, tj.  $-V$ .

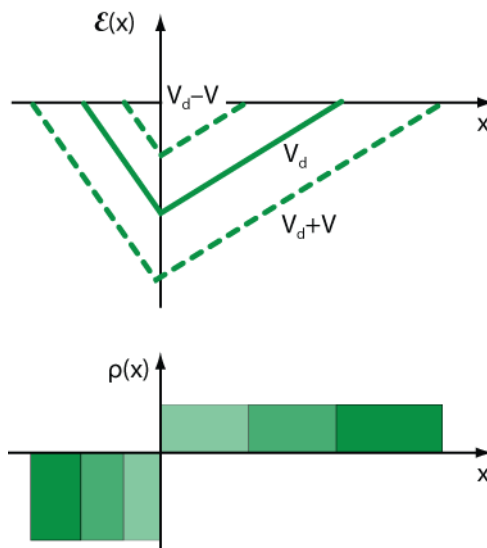
U slučaju direktne polarizacije potencijalna barijera čija je visina određena zaprečnim potencijalom  $V_d$  se snižava za iznos napona direktne polarizacije  $V$ . Razlog za ovo smanjenje potencijalne barijere je porast potencijala p strane spoja, koja je bila na nižem potencijalu od n strane, što se ekvivalentno može tretirati i kao smanjenje potencijala n strane, koja je pre primene napona direktne polarizacije bila na višem potencijalu od p strane, slika 9. U slučaju inverzne polarizacije dešava se suprotna stvar, tačnije, razlika potencijala između p i n strane se dodatno povećava za iznos napona inverzne polarizacije. Zbog toga visina barijere pri direktnoj polarizaciji iznosi  $V_d - V$ , dok je pri inverznoj polarizaciji visina barijere data sa  $V_d - (-V) = V_d + V$ .



**Slika 9.** Potencijal PN spoja u termodinamičkoj ravnoteži (puna linija) i za primenjeni napon direktne odnosno inverzne polarizacije  $V$  (isprekidane linije)

Električno polje u slučaju direktne polarizacije je smanjeno zbog toga što primenjeno polje deluje u suprotnom smeru od ugrađenog polja. Za inverznu polarizaciju, primenjeno električno polje je u pravcu ugrađenog polja i samim tim ukupno polje raste.

U razmatranju PN spoja u stanju termodinamičke ravnoteže, pokazano je da širina oblasti u kojoj postoje nekompensovani jonizovani donori i akceptori (oblast prostornog tovara), zavisi od jačine električnog polja, pa je jasno da sa smanjenjem polja mora doći i do suženja ove oblasti, slika 10. Manje polje omogućava slobodnim nosiocima da kompenzuju jonizovane primese u oblasti prostornog tovara. Činjenica da pri direktnoj polarizaciji visina barijere opada, znači da se integral električnog polja u oblasti prostornog tovara smanjuje. Barijera se na prvi pogled smanjuje po dva osnova: zbog smanjenja polja, ali i zbog smanjenja širine oblasti osiromašenja. Međutim, u pozadini svega leži isključivo smanjenje električnog polja koje određuje ponašanje oblasti osiromašenja. Pri inverznoj polarizaciji dolazi do suprotnog efekta, tj. rast električnog polja dovodi do povećanja oblasti prostornog tovara. Tačnije, primenjeno (spoljašnje) električno polje „otkriva“ nove nekompensovane donore i akceptore, što dovodi do širenja oblasti osiromašenja. Ovaj efekat proširenja oblasti prostornog tovara smo posmatrali kao posledicu porasta polja. Međutim, uloge se mogu zameniti, pa se može reći da je povećanje oblasti prostornog tovara dovelo do porasta električnog polja, što nije u uzročno-posledičnom smislu ispravno.

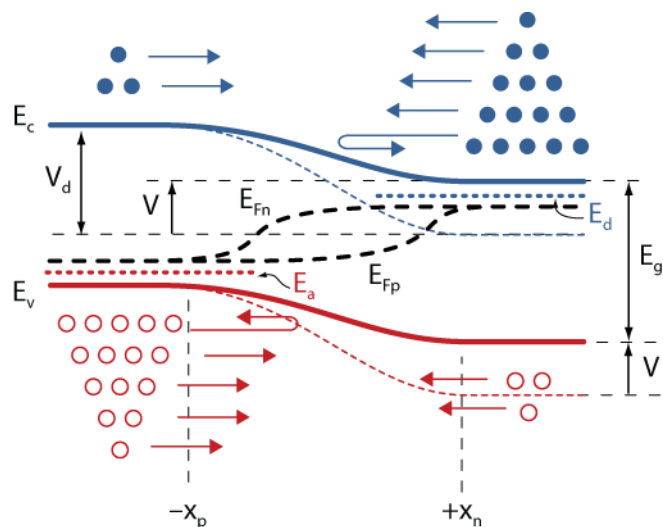


**Slika 10.** Raspedela električnog polja za stanje termodinamičke ravnoteže (puna linija) i situaciju kada je primenjen napon direktne i inverzne polarizacije (isprekidane linije). Na donjoj slici prikazane su odgovarajuće gustine naelektrisanja u oblasti prostornog tovara

Pri polarizaciji PN spoja (bilo direktnoj bilo inverznoj) dolazi do narušavanja termodinamičke ravnoteže. Zbog činjenice da je pri polarizaciji došlo do promene visine barijere, dolazi i do promene položaja Fermijevog nivoa koji više ne može biti konstantan duž čitave strukture. Kako Fermijev nivo u kvazi-neutralnim oblastima mora da zadovolji raspodelu oba tipa nosilaca, jer je u ovim oblastima daleko od spoja termodinamička ravnoteža delimično očuvana, može se zaključiti da je Fermijev nivo u ovim oblastima ostao na istom mestu kao i pre primene polarizacije, pa čak kao i pre spajanja poluprovodnika n i p-tipa. Da bi u ovim oblastima Fermijev nivo ostao nepromenjen, potrebno je da se pri prelazu iz jedne u drugu kvazi-neutralnu oblast, njegov položaj promeni za iznos koji odgovara vrednosti primenjenog napona. U suštini, povećanje negativnog potencijala odgovara porastu koncentracije elektrona, koja je praćena porastom Fermijevog nivoa. Slično, pozitivan potencijal odvodi negativna naelektrisanja i time spušta Fermijev nivo. Iz tog razloga, pri direktnoj polarizaciji, kada je p strana na višem potencijalu, Fermijev nivo na ovoj strani mora da se spusti u odnosu na n stranu koja je priključena na negativan potencijal. Za nas nije važno da li se i koji deo Fermijevog nivoa podiže i/ili spušta, već kakav je relativni odnos delova Fermijevog nivoa u ovima oblastima i da je njihova razlika na krajevima jednaka primenjenom potencijalu  $V$ .

U okolini spoja, a naročito u oblasti osiromašenja, nosioci naelektrisanja su u neravnotežnom stanju, pa se njihova raspodela može uspešno opisati ako se umesto jednog Fermijevog nivoa uvedu dva i to takva, da jedan odgovara elektronima, a drugi šupljinama (slika 11). Ovakvim pristupom mi praktično primenjujemo ravnotežnu raspodelu na neravnotežni slučaj, što je u principu vrsta aproksimacije koja se pokazuje dovoljno dobrom pri malim odstupanjima od ravnotežnog stanja. Pri jačim strujama (većim koncentracijama nosilaca) ovaj pristup nije zadovoljavajući, pa se mora koristiti neravnotežna jednačina koje još poznata kao Boltzmann-ova kinetička jednačina. Uvedeni Fermijevi nivoi nazivaju se **kvazi-Fermijevi nivoi**. Pri direktnoj polarizaciji  $E_{Fn}$  je iznad Fermijevog nivoa za šupljine  $E_{Fp}$  u oblasti prostornog tovara i to za iznos  $qV$ , gde je

$V$  napon direktne polarizacije. Za inverznu polarizaciju situacija je obrnuta, pa je  $E_{Fn} - E_{Fp} = -qV$  (slika 12).



**Slika 11.** Zonski dijagram direktno polarisanog PN spoja sa označenim kvazi-Fermijevim nivoima za elektrone i šupljine

Pri direktnoj polarizaciji proces transporta većinskih nosioca ka suprotnoj strani PN spoja je favorizovan zbog činjenice da je barijera snižena. Dominantan mehanizam transporta većinskih nosilaca ka suprotnoj strani spoja, gde postaju manjinski nosioci, je proces difuzije. Kao što je prikazano na slici 11, elektroni prelaze sa n na p stranu, a šupljine sa p na n stranu. Tom prilikom, dominantnu ulogu preuzimaju elektroni i šupljine koji su statistički gledano iznad visine barijere. Pošto je barijera snižena u odnosu na stanje termodinamičke ravnoteže, broj nosilaca koji poseduje dovoljnu energiju je veći nego pre, što dovodi do porasta difuzione struje. Driftovska struja manjinskih nosilaca u suprotnom smeru je praktično nepromenjena, jer nije dominantno određena električnim poljem, već malom koncentracijom manjinskih nosilaca, koje električno polje oblasti prostornog tovara ne može da zahvati u dovoljnoj količini da bi ova struja postala značajna. Drugim rečima, manjinski nosioci koji su zatekli u blizini oblasti prostornog tovara mogu procesom difuzije da se kreću ka kontaktu ili driftom nazad u oblast prostornog tovara iz koje su došli kao većinski nosioci. Međutim, takvi nosioci su retki, jer većina njih zbog difuzionog procesa kreće se ka kontaktu. Elektroni koji su se sa p strane premestili nazad ka oblasti prostornog tovara bivaju velikim brzinom vraćeni tamo odakle su došli, na n stranu, ali kako je ovaj proces redak, značaj ove struje pri direktnoj polarizaciji je zanemarljiv. Prema tome, pri direktnoj polarizaciji PN spoja, dominantnu ulogu ima difuziona struja većinskih nosilaca, dok je driftovska struja manjinskih nosilaca ka oblastima odakle su ovi nosioci došli mala u odnosu na difuzionu.

Postavlja se pitanje kako se realizuje struja većinskih nosilaca u kvazi-neutralnim oblastima. Kao što je naglašeno na početku, u kvazi-neutralnim oblastima postoji slabo električno polje koje odgovara skoro zanemarljivom padu napona na ovim delovima PN spoja. Praktično, polje iako slabo, zbog velike koncentracije nosilaca dovodi do formiranja značajne gustine driftovske struje većinskih nosilaca, koja je skoro u potpunosti driftovska u oblasti oko kontakta. Na prilazima spoju, ali i dalje u neutralnoj oblasti, dolazi do pojave nadkoncentracije većinskih nosilaca, koja nastaje kao posledica

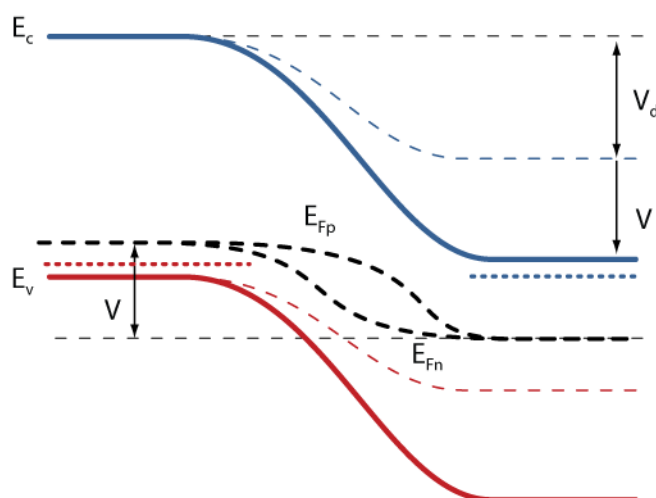
lokalne elektroneutralnosti poluprovodnika i reakcija na višak naelektrisanja nastao usled pojave manjinskih nosilaca na istoj strani. Drugim rečima, nadkoncentracija manjinskih nosilaca indukuje nadkoncentraciju većinskih nosilaca sa identičnom prostornom raspodelom, pa se javlja difuzija većinskih nosilaca u suprotnom smeru od delovanja drifta (u smeru od spoja ka kontaktu), što za posledicu ima delimično smanjenje neto struje posmatranih nosilaca u okolini spoja. Zbog toga je transport daleko od spoja za većinske nosioce dominantno posledica drifta, ali je u okolini spoja kombinacija drifta i slabe difuzije.

Većinski nosioci se na suprotnu stranu spoja konačno prebacuju difuzijom, i na suprotnoj strani se dalje kreću kao manjinski i to difuziono. Proces difuzije je oko spoja vrlo dominantan, ali se vrednost koncentracije smanjuje udaljavanjem od oblasti osiromašenja. Tada transport manjinskih nosilaca može biti podržan driftom, međutim ovaj vid transporta manjinskih nosilaca je praktično zanemarljiv i nebitan. Dominantni transportni efekti u zavisnosti od tipa nosioca (većinskih ili manjinskih) i oblasti u kojoj se transport odvija, dati su u tabeli 1.

**Tabela 1.** Dominantni transportni efekti u zavisnosti od tipa nosioca i oblasti u kojoj se transport odvija

Tip nosilaca/oblast	Oblast prostornog tovara	Kvazi-neutralna oblast
Većinski nosioci	difuzija	drift
Manjinski nosioci	drift	difuzija

Pri inverznoj polarizaciji struja većinskih nosilaca je potpuno potisnuta zbog visoke potencijalne barijere, pa struja difuzije praktično ne postoji. Iz tog razloga dominantan vid struje je struja manjinskih nosilaca koji se na stranu većinskih nosilaca transportuju putem drifta. Manjinski nosioci difuzijom dolaze do oblasti prostornog tovara. Osim toga, u oblasti prostornog tovara dolazi do termičke generacije nosilaca što čini dodatnu komponentu struje. U suštini, pri inverznoj polarizaciji nema naponski kontrolisane struje. Zonski dijagram sa označenim kvazi-Fermijevim nivoima za inverzno polarizovan PN spoj prikazan je na slici 12.



**Slika 12.** Zonski dijagram inverzno polarisanog PN spoja sa označenim kvazi-Fermijevim nivoima za elektrone i šupljine

Proces generacije i rekombinacije nosilaca je proces koji se odvija u svim oblastima poluprovodničke strukture sa PN spojem. Pri tome je proces rekombinacije izraženiji na mestima gde su koncentracije elektrona i šupljina veće. Drugim rečima, proces rekombinacije je u suštini najintenzivniji u oblasti prostornog tovara. Međutim, ako je ova oblast dovoljno uska i transport nosilaca na suprotnu stranu dovoljno efikasan, proces rekombinacije se u ovoj oblasti može zanemariti. Sa druge strane, kod određenih poluprovodničkih naprava rekombinacija u ovom delu PN spoja je od fundamentalnog značaja, naročito kod poluprovodničkih lasera i svetlećih dioda. Rekombinacija u okolini spoja je takođe značajna zbog povećane koncentracije oba tipa nosilaca. Međutim, rekombinacija ne utiče na mehanizam transporta nosilaca već pre na njihovu raspodelu i konkretne vrednosti struje.

## 2.2 Strujno-naponska karakteristika PN spoja

Polazeći od prethodnog kvalitativnog razmatranja rada PN spoja i analize koja se odnosi na nehomogeni poluprovodnik i PN spoj u termodinamičkoj ravnoteži, moguće je doći do kvantitativne zavisnosti gustine struje PN spoja od primenjenog napona. U tom razmatranju polazimo od procesa injekcije nosilaca sa jedne na drugu stranu spoja. Osnovna ideja u određivanju struje PN spoja leži u tome da je ukupna struja PN spoja u svakom poprečnom preseku određena zbirom struje većinskih i manjinskih nosilaca i da je pri tome ta ukupna struja u svakom poprečnom preseku konstatna. Struja PN spoja  $I$  povezana je sa gustinom struje  $J$ , preko površine poprečnog preseka diode  $A$ , relacijom  $I = A \cdot J$ .

U narednoj analizi polazi se od pretpostavke da je proces rekombinacije nosilaca prisutan u svakoj tački pn spoja, ali da se u oblasti prostornog tovara može zanemariti (Schockley-eva aproksimacija idealne diode). Zbog toga u oblasti prostornog tovara nema gubitaka nosilaca, pa je gustina struje u ovoj oblasti konstantna za obe vrste nosilaca. Drugim rečima, struja većinskih nosilaca na jednom kraju oblasti prostornog tovara jednaka je struji manjinskih nosilaca na drugom kraju oblasti prostornog tovara (slika 13). Polazeći od toga, struju većinskih nosilaca na ivici oblasti prostornog tovara moguće je izraziti preko struje manjinskih nosilaca na suprotnom kraju:

$$J_n(x_n) = J_n(-x_p),$$

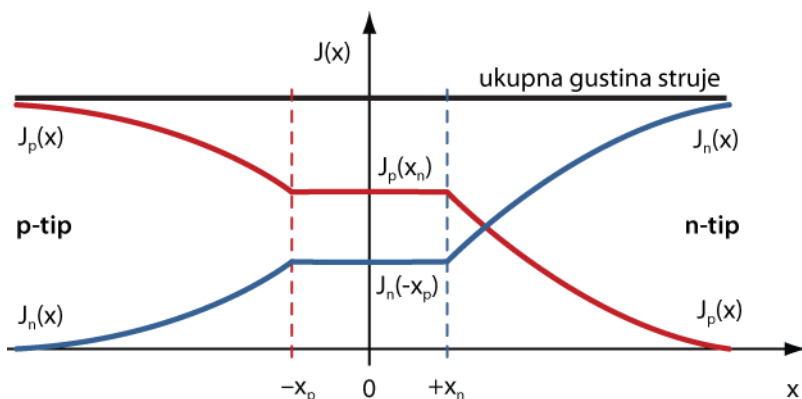
$$J_p(-x_p) = J_p(x_n).$$

Gustina struje na svakom mestu jednaka je zbiru struja većinskih i manjinskih nosilaca:

$$J = J_n(x) + J_p(x) = J_n(x_n) + J_p(x_n) = J_n(-x_p) + J_p(-x_p).$$

U prethodnim izrazima, struja većinskih nosilaca određena je dominantno driftovskom, a delimično difuzionom komponentom, naročito na granici oblasti prostornog tovara (u okolini  $x_n$  i  $-x_p$ ). Iz tog razloga, u daljem razmatranju pod strujom većinskih nosilaca u okolini spoja biće podrazumevana samo driftovska komponenta, dok difuzionu komponentu zanemarujemo.





Slika 13. Raspodela gustine struje nosilaca i totalne gustine struje u direktno polarisanom PN spoju.

Zbog male vrednosti električnog polja u kvazi-neutralnoj oblasti, koju je teško definisati, određivanje driftovske komponente struje predstavlja zahtevan problem. S druge strane, dodatna difuziona komponenta struje većinskih nosilaca u okolini spoja se ne može precizno odrediti, jer je mnogo manja od driftovske komponente, pa se za određivanje ukupne struje kroz spoj umesto struja većinskih nosilaca, koriste struje manjinskih nosilaca na suprotnoj strani spoja:

$$J = J_n^{drift}(x_n) + J_p^{dif}(x_n) = J_n^{dif}(-x_p) + J_p^{dif}(x_n),$$

ili alternativno, na mestu  $-x_p$ :

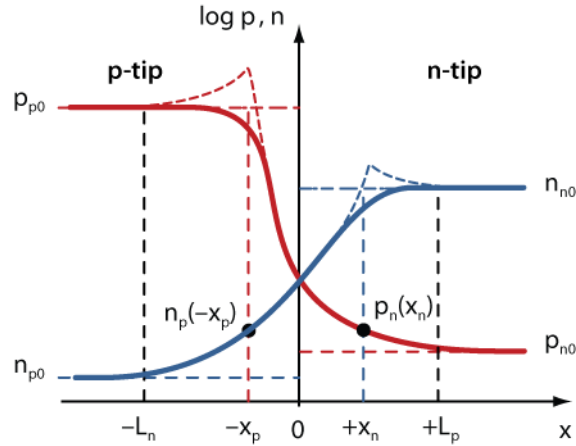
$$J = J_p^{drift}(-x_p) + J_n^{dif}(-x_p) = J_p^{dif}(x_n) + J_n^{dif}(-x_p).$$

Polazeći od prethodnih izraza, zaključuje se da je ukupna gustina struje  $J$  jednaka zbiru struja manjinskih nosilaca na granici oblasti prostornog tovara koji se u ovom delu spoja kreću isključivo difuzijom.

Proces transporta većinskih nosilaca na suprotnu stranu spoja, gde oni postaju manjinski nosioci, naziva se **injekcija nosilaca**. Za određivanje gustine struje manjinskih nosilaca neophodno je prvo odrediti vezu nadkoncentracije manjinskih nosilaca na obe strane spoja sa većinskim nosiocima na suprotnoj strani. Tom prilikom treba imati u vidu da je koncentracija većinskih nosilaca u okolini spoja veća od ravnotežne koncentracije zbog uslova lokalne elektroneutralnosti i kao reakcija na nadkoncentraciju manjinskih nosilaca. Međutim, kako je nadkoncentracija većinskih nosilaca zanemarljiva u poređenju sa njihovom ravnotežnom koncentracijom, možemo smatrati da je koncentracija većinskih nosilaca na spoju upravo jednaka ravnotežnoj koncentraciji (slika 14). To naravno nije slučaj sa manjinskim nosiocima kod kojih nadkoncentracija može biti veća i za red veličine od ravnotežne koncentracije. Veza koncentracije većinskih nosilaca i manjinskih nosilaca na suprotnoj granici spoja data je relacijom koju smo izveli i koristili za nehomogeni poluprovodnik i ravnotežno stanje u PN spoju:

$$p_n(x_n) = p_{p0} \exp\left[-\frac{q(V_d - V)}{k_B T}\right] = p_{p0} \exp\left(-\frac{qV_d}{k_B T}\right) \exp\left(\frac{qV}{k_B T}\right) = p_{n0} \exp\left(\frac{qV}{k_B T}\right),$$

$$n_p(-x_p) = p_{n0} \exp\left[-\frac{q(V_d - V)}{k_B T}\right] = n_{n0} \exp\left(-\frac{qV_d}{k_B T}\right) \exp\left(\frac{qV}{k_B T}\right) = n_{p0} \exp\left(\frac{qV}{k_B T}\right).$$



Slika 14. Koncentracija manjinskih i većinskih nosilaca u PN spoju

Odavde sledi da nadkoncentracija manjinskih nosilaca na granici  $-x_p$  i  $x_n$  iznosi:

$$\Delta p_n(x_n) = p_n(x_n) - p_{n0} = p_{n0} \left[ \exp\left(\frac{qV}{k_B T}\right) - 1 \right],$$

$$\Delta n_p(-x_p) = n_p(-x_p) - n_{p0} = n_{p0} \left[ \exp\left(\frac{qV}{k_B T}\right) - 1 \right].$$

Ako se pođe od stacionarne ( $\partial/\partial t = 0$ ) jednačine transporta za nadkoncentraciju nosilaca, uzimajući u obzir samo delovanje difuzione komponente struje i rekombinacije nosilaca, a zanemarujući slabo električno polje, dolazi se do diferencijalne jednačine drugog reda sa konstantnim koeficijentima koja se može jednostavno rešiti:

$$D_p \frac{d^2 \Delta p_n(x)}{dx^2} - \frac{\Delta p_n(x)}{\tau_p} = 0,$$

$$D_n \frac{d^2 \Delta n_p(x)}{dx^2} - \frac{\Delta n_p(x)}{\tau_n} = 0.$$

Prethodni set jednačina se može napisati u obliku:

$$\frac{d^2 \Delta p_n(x)}{dx^2} - \frac{\Delta p_n(x)}{\tau_p D_p} = \frac{d^2 \Delta p_n(x)}{dx^2} - \frac{\Delta p_n(x)}{L_p^2} = 0,$$

$$\frac{d^2 \Delta n_p(x)}{dx^2} - \frac{\Delta n_p(x)}{\tau_n D_n} = \frac{d^2 \Delta n_p(x)}{dx^2} - \frac{\Delta n_p(x)}{L_n^2} = 0.$$

gde su sa  $L_p$  i  $L_n$  označene difuzione dužine šupljina i elektrona, respektivno. Fizički smisao ovih dužina je da one predstavljaju srednje rastojanje koje nosioci pređu, pre nego što se rekombinuju, što se može lako dokazati ako se krene od rešenja za

nadkoncentraciju manjinskih nosilaca koje će biti izvedeno u narednom koraku razmatranja. Opšte rešenje prethodnih diferencijalnih jednačina glasi:

$$\Delta p_n(x) = A_1^p \exp\left(-\frac{x-x_n}{L_p}\right) + A_2^p \exp\left(\frac{x-x_n}{L_p}\right) \text{ za } x_n < x < +\infty,$$

$$\Delta n_p(x) = A_1^n \exp\left(-\frac{x+x_p}{L_n}\right) + A_2^n \exp\left(\frac{x+x_p}{L_n}\right) \text{ za } -\infty < x < x_p.$$

Fizički smisao u ovim relacijama imaju samo ona partikularna rešenja koja ne dovode do beskonačnog rasta nadkoncentracije sa koordinatom, jer za nadkoncentraciju mora važiti:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \Delta p_n(x) \rightarrow 0 \quad \text{i} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \Delta n_p(x) \rightarrow 0.$$

Zbog toga imamo da je

$$A_2^p = A_1^n = 0.$$

Uzimajući u obzir drugi granični uslov:

$$\Delta p_n(+x_n) = p_{n0} \left[ \exp\left(\frac{qV}{k_B T}\right) - 1 \right],$$

$$\Delta n_p(-x_p) = n_{p0} \left[ \exp\left(\frac{qV}{k_B T}\right) - 1 \right],$$

dolazimo do konačnih relacija za nadkoncentraciju manjinskih nosilaca:

$$\Delta p_n(x) = p_{n0} \left[ \exp\left(\frac{qV}{k_B T}\right) - 1 \right] \cdot \exp\left(-\frac{x-x_n}{L_p}\right),$$

$$\Delta n_p(x) = n_{p0} \left[ \exp\left(\frac{qV}{k_B T}\right) - 1 \right] \cdot \exp\left(\frac{x+x_p}{L_n}\right).$$

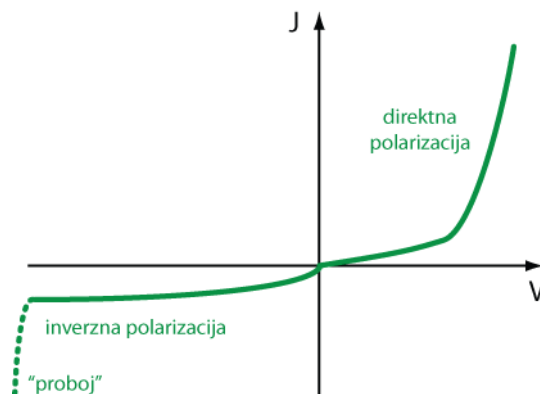
Odavde se može odrediti ukupna struja difuzije, kao zbir difuzionih struja manjinskih nosilaca na mestu  $-x_p$  i  $x_n$ :

$$J = J_n^{dif}(-x_p) + J_p^{dif}(x_n) = +qD_n \frac{d[\Delta n_p(x)]}{dx} \Big|_{x=-x_p} - qD_p \frac{d[\Delta p_n(x)]}{dx} \Big|_{x=+x_n}$$

$$J = \left( \frac{qD_n n_{p0}}{L_n} + \frac{qD_p p_{n0}}{L_p} \right) \left[ \exp\left(\frac{qV}{k_B T}\right) - 1 \right].$$

Koristeći vezu  $n_i^2/N_d = p_{n0}$  i  $n_i^2/N_a = n_{p0}$ , gustina struje  $J$  postaje

$$J = \left( \frac{qD_n n_i^2}{L_n N_a} + \frac{qD_p n_i^2}{L_p N_d} \right) \left[ \exp\left(\frac{qV}{k_B T}\right) - 1 \right].$$



Slika 15. Zavisnost gustine struje od napona polarizacije PN spoja

Kako je  $I = A \cdot J$  sledi da je struja kroz PN spoj:

$$I = qA \left( \frac{D_n n_i^2}{L_n N_a} + \frac{D_p n_i^2}{L_p N_d} \right) \left[ \exp\left(\frac{qV}{k_B T}\right) - 1 \right].$$

Ovaj izraz se može napisati i u kompaktnijoj formi koja glasi:

$$I = I_s \left[ \exp\left(\frac{qV}{k_B T}\right) - 1 \right],$$

gde je

$$I_s = qA n_i^2 \left( \frac{D_n}{L_n N_a} + \frac{D_p}{L_p N_d} \right)$$

takozvana **inverzna struja zasićenja**.

Poslednja relacija izvedena je za slučaj direktne polarizacije i naziva se **jednačina diode**. Međutim, ova relacija se može primeniti i u slučaju inverzne polarizacije. Tada je napon na krajevima diode određen negativnom vrednošću  $-V$ , gde je  $V$  pozitivna veličina. Vrlo često se umesto  $-V$  koristi oznaka  $-V_R$ , da bi se naglasilo da se radi o naponu inverzne polarizacije, pri čemu je  $V_R$  pozitivna veličina.

U slučaju inverzne polarizacije gustina struje određena je sa:

$$J = \left( \frac{qD_n n_i^2}{L_n N_a} + \frac{qD_p n_i^2}{L_p N_d} \right) \left[ \exp\left(-\frac{qV_R}{k_B T}\right) - 1 \right].$$

Ako je  $qV_R \gg k_B T$ , onda je  $\exp[-qV_R / (k_B T)] \ll 1$ , pa se poslednji izraz može prikazati kao:

$$J = -qn_i^2 \left( \frac{D_n}{L_n N_a} + \frac{D_p}{L_p N_d} \right) = -J_s = -I_s / A,$$

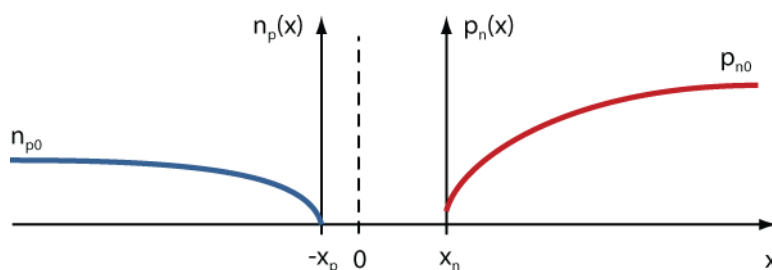
gde je  $J_s$  gustina inverzne struje zasićenja. To znači da je za vrlo široki opseg inverzne polarizacije gustina struje kroz PN spoj konstantna i iznosi  $J_s$ . Ova struja teče u suprotnom smeru od struje direktne polarizacije.

Raspodela manjinskih nosilaca za slučaj inverzne polarizacije je bitno drugačija. Difuzija pri inverznoj struji zasićenja ne postoji, a to se može zaključiti iz raspodele manjinskih nosilaca na granici oblasti osiromašenja. Pri inverznoj polarizaciji koncentracije manjinskih nosilaca na granici oblasti prostornog tovara date su sa:

$$p_n(x_n) = p_{n0} \exp\left[\frac{q(-V_R)}{k_B T}\right],$$

$$n_p(-x_p) = n_{p0} \exp\left[\frac{q(-V_R)}{k_B T}\right].$$

Ako je  $qV_R \gg k_B T$  onda koncentracija na granici oblasti prostornog tovara može biti manja od ravnotežne koncentracije za red veličine pa i više od toga. Profil ove koncentracije u okolini spoja prikazan je na slici 16.



**Slika 16.** Koncentracija manjinskih nosilaca u kvazineutralnoj oblasti za inverzno polarisan PN spoj

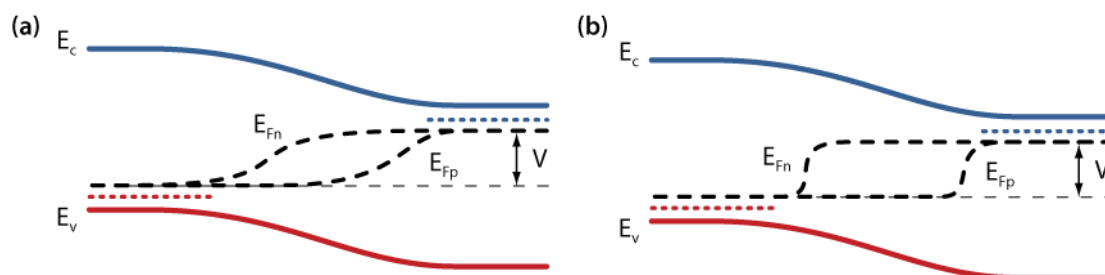
Pri dovoljno velikim inverznim naponima, električno polje u oblasti prostornog tovara postaje dovoljno veliko da dovodi do pojave „proboja“ PN spoja (slika 15), koji se ogleda u proticanju velike struje pri malim promenama napona iznad kritične vrednosti. Ovaj režim rada PN spoja, razmatraćemo u nekom od narednih poglavlja, kada bude bilo reči o diodama za stabilizaciju napona.

### 2.3 Kvazi-Fermijevi nivoi u polarisanom PN spoju

Razmotrimo sada ponašanje kvazi-Fermijevih nivoa u režimu direktne i inverzne polarizacije. Postavlja se pitanje da li Fermijev nivo mora biti zaseban za elektrone i šupljine i ako mora, šta je tome razlog. Odgovor leži u činjenici da u oblasti prostornog tovara pri direktnoj polarizaciji, koncentracija jednog tipa nosilaca varira od vrednosti koncentracije za većinske do vrednosti koncentracije za manjinske nosioce. Ako bi postojao jedinstven Fermijev nivo, tada bi Fermi-Dirac-ova raspodela istovremeno

trebalo da zadovolji slučaj visoke koncentracije i elektrona i šupljina na jednom mestu. Da bi to bilo zadovoljeno Fermijev nivo bi istovremeno morao da bude blizu i provodnoj i valentnoj zoni što znači da bi morao da bude praktično u sredini energetske procepa. Tada bi koncentracija oba tipa nosilaca bila ujednačena. Međutim, problem je u tome što bi onda koncentracija i jednih i drugih nosilaca bila prilično mala i skoro jednaka besprimesnom poluprovodniku što u realnosti nije tačno. Zato Fermijev nivo mora da se „pocepa“ na dva dela i to tako da jedan opisuje elektrone i da bude bliži provodnoj zoni, dok drugi mora da opisuje šupljine i da se nađe bliže valentnoj zoni (slika 17(a)).

Kvazi-Fermijevi nivoi bitnije variraju unutar i u okolini oblasti prostornog tovara u odnosu na kvazi-neutralne oblasti gde su skoro fiksni. Varijacija kvazi-Fermijevog nivoa je posebno izražena u okolini granice oblasti prostornog tovara, kada se kvazi-Fermijev nivo odnosi na manjinske nosioce. Drugim rečima, kvazi-Fermijevi nivoi većinskih nosilaca ostaju skoro nepromenjeni, ne samo u poluprovodniku kome originalno pripadaju, već praktično u celoj oblasti prostornog tovara. To znači da su kvazi-Fermijevi nivoi slabo promenjivi i skoro konstantni dok ne pređu u kvazi-neutralnu oblast drugog poluprovodnika. Kako je struja u idealnoj diodi konstantna u oblasti osiromašenja, onda je prema relaciji za struju prema kojoj je struja proporcionalna koncentraciji nosilaca i gradijentu kvazi-Fermijevog nivoa, neophodno da proizvod koncentracije i gradijenta Fermijevog nivoa bude konstantan u ovoj oblasti. To znači da ako je koncentracija nosilaca visoka, što je slučaj sa većinskim nosiocima u kvazi-neutralnoj oblasti i u delu oblasti osiromašenja, onda gradijent kvazi-Fermijevog nivoa mora biti skoro konstantan. Na granici gde nosioci postaju manjinski i gde koncentracija naglo opada Fermijev nivo mora imati veći gradijent što znači da se mora naglo menjati. Ova nagla promena je karakteristična samo na granici oblasti osiromašenja. Daleko od granice, Fermijev nivo brzo opada na ravnotežnu vrednost i prestaje da se menja budući da je tada i sama difuziona struja manjinskih nosilaca praktično zanemarljiva.



**Slika 17.** Kvazi-Fermijevi nivoi za direktno polarisan spoj kada (a) postoji i (b) kada nema rekombinacije u oblasti prostornog tovara.

Pri inverznoj polarizaciji kvazi-Fermijev nivo je inverzno postavljen u odnosu na direktnu polarizaciju. Tačnije,  $E_{Fn}$  je dalje od provodne zone, a  $E_{Fp}$  od valentne zone, što je u suštini vezano za činjenicu da u okolini spoja nema manjinskih nosilaca, kao i da nema većinskih nosilaca u oblasti prostornog tovara. Ono što je interesantno, kvazi-Fermijevi nivoi pri inverznoj polarizaciji mogu zalaziti u same zone, pri čemu se naravno radi o zonama koje ne odgovaraju tim kvazi-Fermijevim nivoima.

### 3. Kapacitivnost PN spoja

Razlikujemo dva osnovna tipa kapacitivnosti PN spoja:

- 1) kapacitivnost oblasti prostornog tovara,
- 2) difuziona kapacitivnost.

Kapacitivnost oblasti prostornog tovara je od značaja pri inverznoj polarizaciji, dok je difuziona kapacitivnost značajna pri direktnoj polarizaciji.

Kapacitivnost diode je u mnogim primenama limitirajući faktor rada, pa je o tome potrebno voditi računa. Sa druge strane, postoje situacije u kojima je kapacitivnost PN spoja od koristi, što je na primer slučaj kod naponski kontrolisane kapacitivnosti. Ovakve naprave nazivaju se varikap diode.

#### 3.2 Kapacitivnost oblasti prostornog tovara

Kapacitivnost oblasti prostornog tovara se može relativno lako razumeti ako se pođe od činjenice da promena napona dovodi do promene širine oblasti prostornog tovara, koja istovremeno dovodi do varijacije fiksnog naelektrisanja koje se nalazi u ovoj oblasti. Na taj način, promena naelektrisanja u oblasti prostornog tovara posledica je promene napona. Ova promena naelektrisanja može se izraziti preko kapacitivnosti koju definišemo kao:

$$C_j = \left| \frac{dQ}{dV} \right|,$$

gde je  $dQ$  promena naelektrisanja u oblasti prostornog tovara usled varijacije napona polarizacije  $dV$ . Pri tome, priraštaju naelektrisanja  $dQ$  odgovara negativna promena naelektrisanja na drugoj strani spoja, koja iznosi  $-dQ$ . Priraštaj naelektrisanja na n strani je pozitivan ako se smanji napon direktne polarizacije ili poveća napon inverzne polarizacije. Ovo dovodi do porasta oblasti prostornog tovara na n strani, dok se na p strani istovremeno realizuje priraštaj negativnog naelektrisanja. Količina naelektrisanja u oblasti prostornog tovara na n strani spoja iznosi:

$$Q_n = qN_d A x_n,$$

dok je na p strani

$$Q_p = -qN_a A x_p.$$

Pri tome, od ranije je poznato da je zbog globalne elektroneutralnosti PN spoja:

$$Q_n + Q_p = 0.$$

Promena  $Q_n$  ili  $Q_p$ , usled varijacije napona polarizacije, vezana je za promenu  $x_n$  i  $x_p$ , pa važi:

$$|dQ_n| = |qN_d A dx_n| = |dQ_p| = |-qN_a A dx_p|.$$

Kako je  $x_n = x_n(V)$  i  $x_p = x_p(V)$ , kapacitivnost se može odrediti kao

$$C_j = \left| \frac{dQ_n}{dV} \right| = \left| \frac{dQ_n}{dx_n} \frac{dx_n}{dV} \right|$$

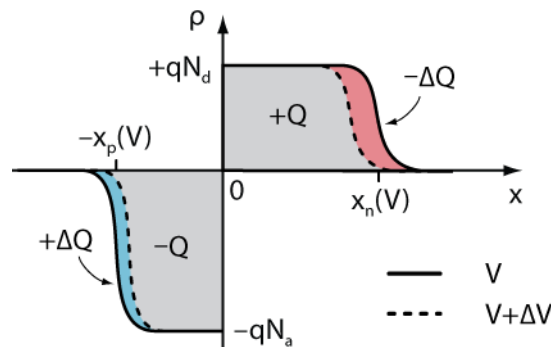
ili alternativno:

$$C_j = \left| \frac{dQ_p}{dV} \right| = \left| \frac{dQ_p}{dx_p} \frac{dx_p}{dV} \right|.$$

Promena širine u oblasti prostornog tovara na n i p strani u zavisnosti od primenjenog napona data je izrazima:

$$x_n(V) = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{q} \frac{1}{N_d} \frac{2V_d}{W} = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_r}{q} \frac{V_d - V}{N_d} \left( \frac{N_a}{N_d + N_a} \right)},$$

$$x_p(V) = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{q} \frac{1}{N_a} \frac{2V_d}{W} = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_r}{q} \frac{V_d - V}{N_a} \left( \frac{N_d}{N_d + N_a} \right)}.$$



**Slika 18.** Smanjenje širine oblasti prostornog tovara usled pozitivne varijacije napona  $\Delta V$  generatora malih signala. Sa  $V$  je označen napon konstantne polarizacije koji ima pozitivnu algebarsku vrednost za direktnu polarizaciju a negativnu vrednost za inverznu polarizaciju.

Izraz za kapacitivnost oblasti prostornog tovara nakon diferenciranja postaje:

$$C_j = A \cdot \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{W},$$

gde je širina oblasti prostornog tovara

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_r}{q} \left( \frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d} \right) (V_d - V)}.$$

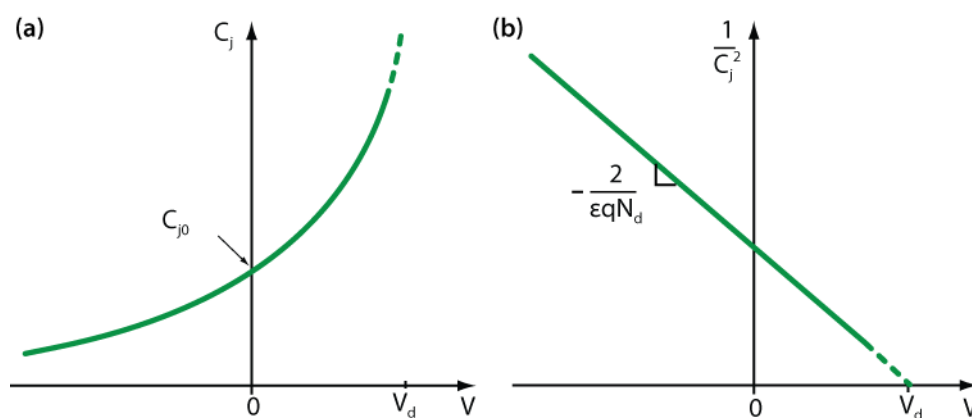
Ako je  $C_j(V=0) = C_{j0}$ , onda se izraz za  $C_j(V)$  može napisati u kompaktnijoj formi:



$$C_j = \frac{C_{j0}}{\sqrt{1 - \frac{V}{V_d}}}$$

Ova relacija u suštini ima smisao sve do napona direktne polarizacije  $V = V_d$ . Pri većim naponima oblast prostornog tovara je praktično eliminisana, pa kapacitivnost za veće napone polarizacije nema smisla.

Kod PN spoja sa izraženom asimetrijom dopiranja ( $p^+n$  ili  $pn^+$  spojeva) moguće je koristiti merenje kapacitivnost da bi se odredio difuzioni potencijal ili koncentracija primese na strani koja je slabije dopirana, slika 19. Iz relacije za  $C_j$  vidi se da je zavisnost  $1/C_j^2$  u funkciji od  $V$  linearna funkcija koja seče apscisu za  $V = V_d$ , dok je nagib prave srazmeran sa  $\sim 1/N_d$  ili  $\sim 1/N_a$  u zavisnosti od tipa spoja.



Slika 19. Kapacitivnost oblasti prostornog tovara u funkciji od primenjenog napona

### 3.1 Difuziona kapacitivnost

Ova vrsta kapacitivnosti je interesantna sa aspekta direktne polarizacije. Naime, koncentracija manjinskih nosilaca koji se akumuliraju u okolini granice prostornog tovara dovodi do formiranja naelektrisanja koje u dinamičkim režimima utiče na pojavu struje pomeraja, a koja je, sa druge strane, povezana sa vremenskom varijacijom vektora električne indukcije ( $dD/dt$ ). Struja pomeraja se javlja kad postoji vremenska varijacija napona na krajevima diode.

Jačina struje pomeraja proporcionalna je izvodu napona polarizacije po vremenu:

$$i = C_D \frac{dV}{dt},$$

a konstanta proporcionalnosti, koja ima dimenziju kapacitivnosti, naziva se difuziona kapacitivnost. Za razliku od kapacitivnosti oblasti prostornog tovara koja zavisi od jednog tipa naelektrisanja (pozitivnog ili negativnog) ovaj tip kapacitivnosti zavisi od obe vrste naelektrisanja i određen je izrazom:

$$C_d = \left| \frac{dQ_n}{dV} \right| + \left| \frac{dQ_p}{dV} \right|.$$

Da bismo našli varijaciju akumuliranog naelektrisanja manjinskih nosilaca u funkciji od varijacije napona direktne polarizacije, potrebno je odrediti izraz za akumulirano naelektrisanje  $Q_n(V)$  i  $Q_p(V)$  u funkciji od  $V$ . U izvođenju izraza za  $Q_n(V)$  i  $Q_p(V)$  polazimo od raspodele nadkoncentracije manjinskih nosilaca oko oblasti prostornog tovara koja glasi:

$$\Delta p_n(x) = p_n(x) - p_{n0} = p_{n0} \left[ \exp\left(\frac{qV}{k_B T}\right) - 1 \right] \cdot \exp\left(-\frac{x - x_n}{L_p}\right),$$

$$\Delta n_p(x) = n_p(x) - n_{p0} = n_{p0} \left[ \exp\left(\frac{qV}{k_B T}\right) - 1 \right] \cdot \exp\left(\frac{x + x_p}{L_p}\right).$$

Akumulirana količina naelektrisanja u intervalu od  $x$  do  $x + dx$  određena je proizvodom nadkoncentracije  $\Delta p_n(x)$ , elementarne zapremine  $A \cdot dx$  i elementarnog naelektrisanja  $q$ :

$$dQ_p = q \Delta p_n(x) A dx,$$

$$dQ_n = q \Delta n_p(x) A dx.$$

Integracijom prethodnih izraza u celoj oblasti u kojoj lokalni nosioci postoje dolazimo do  $Q_n$  i  $Q_p$

$$Q_p = \int_{x_n}^{\infty} q \Delta p_n(x) A \cdot dx = q A L_p p_{n0} \left[ \exp\left(\frac{qV}{k_B T}\right) - 1 \right],$$

$$Q_n = \int_{-\infty}^{-x_p} q \Delta n_p(x) A \cdot dx = q A L_n n_{p0} \left[ \exp\left(\frac{qV}{k_B T}\right) - 1 \right].$$

Priraštaj  $Q_p$  i  $Q_n$  sa varijacijom napona direktne polarizacije ( $dQ_n(V)$  i  $dQ_p(V)$ ) određen je izrazom:

$$dQ_p = \frac{dQ_p}{dV} dV = q A L_p p_{n0} \exp\left(\frac{qV}{k_B T}\right) \exp\left(\frac{q}{k_B T}\right) dV,$$

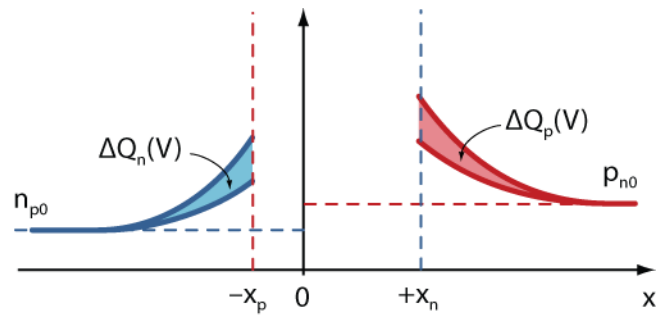
$$dQ_n = \frac{dQ_n}{dV} dV = q A L_n n_{p0} \exp\left(\frac{qV}{k_B T}\right) \exp\left(\frac{q}{k_B T}\right) dV.$$

Oдавде za difuzionu kapacitivnost dobijamo da je:

$$C_d = \left| \frac{dQ_n}{dV} \right| + \left| \frac{dQ_p}{dV} \right| = \frac{q^2 A}{k_B T} (L_p p_{n0} + L_n n_{p0}) \exp\left(\frac{qV}{k_B T}\right),$$

što se može napisati i u obliku:

$$C_d = \frac{q^2 A n_i^2}{k_B T} \left( \frac{L_p}{N_d} + \frac{L_n}{N_a} \right) \exp\left(\frac{qV}{k_B T}\right).$$



Slika 20. Varijacija akumuliranog naelektrisanja manjinskih nosilaca na granicama oblasti prostornog tovara

Na slici 20 vidi se da difuziona kapacitivnost vrlo naglo, eksponencijalno raste sa direktnom polarizacijom. Ova zavisnost postaje drugačija u slučaju velikih polarizacija i jake injekcije, što je van okvira proučavanja u ovom kursu.