

# ISPIT IZ FIZIKE 1

Februarski ispitni rok

(Ispit traje 3 sata)

ETF, Beograd, 06.02.2020.

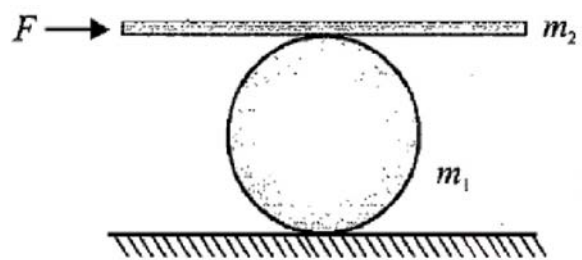
1. (a) [50] (**Teorijsko pitanje.**) Izvesti izraze za brzinu i ubrzanje tačke koja se kreće u ravni, ako su poznate parametarske jednačine kretanja tačke u polarnom koordinatnom sistemu  $\rho(t)$  i  $\varphi(t)$ .

(b) [50] Tačka se kreće u ravni, pri čemu je intenzitet vektora sektorske brzine  $v_s$  poznat i ima konstantnu vrednost, a intenzitet vektora brzine obrnuto proporcionalan udaljenosti od koordinatnog početka, tako da je  $v = 2v_s/\rho$ . Odrediti parametarske jednačine kretanja tačke, ako je  $\rho(t = 0) = \rho_0$  i  $\varphi(t = 0) = 0$  i put koji pređe tačka od  $t = 0$  do trenutka  $t = \tau$ , kada je  $\varphi(\tau) = \pi$ .

2. [100] Telo malih dimenzija ispaljuje se sa ravne horizontalne površine Zemlje pod elevacionim uglom  $\alpha > 0$  početnom brzinom intenziteta  $v_0$ . Pri kretanju kroz vazduh na telo deluje otporna sila proporcionalna njegovoj brzini  $\vec{F}_{otp} = -bm\vec{v}$ , gde je faktor proporcionalnosti  $b = const > 0$ , a  $m$  masa tela. Odrediti intenzitet brzine tela u trenutku kada ono dostigne maksimalnu visinu na putanji. Smatra se da je intenzitet gravitacionog ubrzanja Zemlje  $g$  konstantan.

3. (a) [30] (**Teorijsko pitanje.**) Izvesti izraz za kinetičku energiju krutog tela koje se kreće planarno (složeno), paralelno  $xOy$  ravni. Poznate su: linearna brzina centra mase  $v_{CM}$  i ugaona brzina rotacije krutog tela oko centra mase  $\omega$ .

(b) Ravna tanka ploča mase  $m_2$  nalazi se u početnom trenutku u horizontalnom položaju na vrhu homogenog valjka mase  $m_1$ , kao što je prikazano na



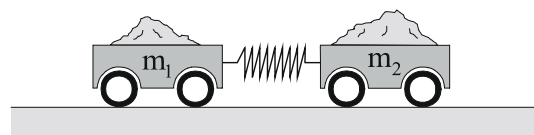
Slika uz zadatak 3.

slici uz zadatak. Konstantna horizontalna sila intenziteta  $F$  deluje na ploču, pri čemu nema proklizavanja ni u jednoj kontaktnoj tački. Pri kretanju ploča ostaje u horizontalnom položaju. Naći:

(b1) [40] ubrzanje ploče i centra mase valjka;

(b2) [30] intenzitet sile trenja u tačkama kontakta valjka sa pločom i podlogom, kada se valjak kreće.

4. [100] Na horizontalnoj podlozi se nalaze dvojica kolica različitih masa  $m_1 = 30$  kg i  $m_2 = 60$  kg. Između kolica se nalazi sabijena opruga zanemarljive mase. Kada se opruga otpusti kolica se kreću u suprotnim smerovima, tako da kolica manje mase pređu put  $S_1 = 10$  m pre nego što se zaustave usled trenja između točkova i podloge. Ako su koeficijenti trenja između točkova obeju kolica i podloge isti, izračunati put koji će preći kolica veće mase. Točkovi obeju kolica su blokirani, tako da se kolica kreću klizanjem po podlozi.

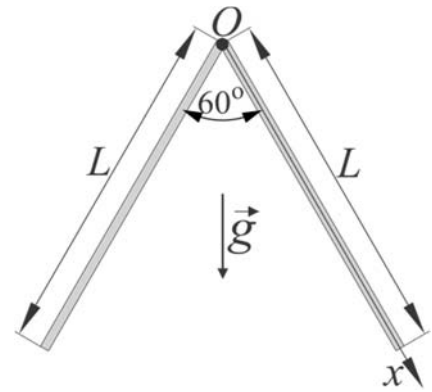


Slika uz zadatak 4.

*Uputstvo: Pri odbijanju kolica intenzitet sile opruge je mnogo veći od intenziteta sile trenja.*

5. (a) [40] (*Teorijsko pitanje.*) Izvesti opšti izraz za period malih oscilacija fizičkog klatna.

(b) [60] Tanki nehomogeni štap dužine  $2L$  savijen je na sredini tako da dobijeno kruto telo ima oblik grčkog slova  $\Lambda$ . Dva kraka ovog tela zaklapaju ugao od  $60^\circ$  (videti sliku uz zadatak), a podužne gustine i levog i desnog kraka se menjaju po funkciji  $\mu(x) = \mu_0 \left(1 + \frac{x}{L}\right)$ , gde je  $\mu_0 = \text{const}$ , a  $x$  je rastojanje mereno od tačke savijanja  $O$  duž datog kraka (za desni krak  $x$ -osa je postavljena kao što je prikazano na slici; za levi krak  $x$ -osu treba postaviti duž levog kraka). Sistem može slobodno da osciluje u gravitacionom polju Zemlje u vertikalnoj ravni oko ose koja prolazi kroz tačku savijanja  $O$ , a normalna je na ravan koju čine kraci savijenog štapa. Ubrzanje Zemljine teže je  $g$ . Odrediti period malih oscilacija ovog klatna.



Slika uz zadatak 5.

6. (a) [50] (*Teorijsko pitanje.*) Doplerov efekat: izvesti izraz za frekvenciju zvučnih talasa koju detektuje prijemnik, ako se: (I) izvor kreće ka prijemniku; (II) prijemnik kreće ka izvoru.

(b) [40] Tačkasti izvor emituje u okolnu sredinu zvučni talas talasne dužine  $\lambda$  i fazne brzine  $c$ . Sa jedne strane izvora nalazi se ravan nepokretan idealno reflektujući panel velike površine, a sa druge strane izvora, na pravcu koji prolazi kroz izvor i normalan je na panel, nalazi se prijemnik (videti sliku uz zadatak). Ako se izvor i prijemnik kreću, pri čemu se izvor približava panelu brzinom intenziteta  $v_i$ , a prijemnik udaljava od panela brzinom intenziteta  $v_p$ , odrediti frekvenciju izbijanja  $f_{izb}$ , koje nastaje slaganjem talasa koji se prostire direktno od izvora ka prijemniku i talasa koji se reflektuje od panela ka prijemniku.



Slika uz zadatak 6.

(c) [10] Izračunati  $f_{izb}$  za poznato  $c = 340$  m/s,  $\lambda = 0,1$  m,  $v_i = 0,2$  m/s i  $v_p = 0,1$  m/s.

*Uputstvo: Frekvencija izbijanja je apsolutna vrednost razlike frekvencija talasa čije slaganje dovodi do izbijanja.*

*Opšte napomene:*

- 1) Na vrhu naslovne strane vežbanke napisati **oznaku grupe i ime predmetnog nastavnika** kod koga ste zvanično raspoređeni da slušate predavanja: **J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3)**.
- 2) **Studenti koji su zadovoljni poenima ostvarenim na kolokvijumu u tekućoj školskoj godini rade ZADATKE 3-6 za vreme 3 h. Na naslovnoj strani vežbanke, u polju rednih brojeva 1 i 2, treba da upišu oznaku K1 da bi poeni ostvareni na kolokvijumu bili priznati.**
- 3) **Studenti koji nisu radili kolokvijum ili koji nisu zadovoljni poenima ostvarenim na kolokvijumu u tekućoj školskoj godini rade SVE ZADATKE (1-6) za vreme 3 h.**
- 4) **Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati jasno označiti na koricama sveske (u odgovarajućoj rubrici) oznakom X.**
- 5) Na koricama vežbanke (u gornjem desnom uglu) treba napisati broj poena sa prijemnog ispita iz fizike (ako je rađen 2019. godine), u formi PR-ISP = ... poena. Ako nije rađen, napisati PR-ISP = NE. Ako znate da ste imali poene iz fizike na prijemnom, ali niste sigurni tačno koliko, napisati PR-ISP = ?
- 6) **Dozvoljena je upotreba neprogramibilnih kalkulatora i grafitne olovke.**
- 7) **List sa tekstom zadataka poneti sa sobom, ne ostavljati list u vežbanci.**
- 8) Ispit se može napustiti po isteku **najmanje jednog sata** od početka ispita.

# Rešenja zadataka, Fizika 1

## Februarski ispitni rok 2020, ETF, Beograd

1. (a) Videti predavanja i skripta.

(b) Intenzitet sektorske brzine u polarnim koordinatama je

$$v_s = \frac{1}{2} \rho^2 \dot{\varphi},$$

pa je

$$\dot{\varphi} = \frac{2v_s}{\rho^2}.$$

Polazeći od izraza za brzinu u polarnim koordinatama  $v^2 = v_\rho^2 + v_\varphi^2 = \dot{\rho}^2 + (\rho\dot{\varphi})^2$ , sledi

$$\frac{4v_s^2}{\rho^2} = \dot{\rho}^2 + \frac{4v_s^2}{\rho^2},$$

odakle je  $\dot{\rho} = 0$ , pa je

$$\rho = \text{const} = \rho_0,$$

$$\dot{\varphi} = \frac{2v_s}{\rho_0^2} = \text{const} \Rightarrow$$

$$\varphi(t) = \frac{2v_s t}{\rho_0^2}$$

i intenzitet brzine

$$v = \frac{2v_s}{\rho_0} = \text{const},$$

pa se telo kreće po kružnici poluprečnika  $\rho_0$  brzinom konstantnog intenziteta i do trenutka  $\tau$  pređe polovinu kružnog luka, odnosno put  $s = \pi\rho_0$ .

2. Projekcije vektora brzine su (videti 101. zadatak iz K.N., P.M., J.C., „Fizika - Zbirka rešenih zadataka“, 2001.):

$$v_x(t) = v_0 \cos \alpha e^{-bt},$$

$$v_y(t) = -\frac{g}{b} + \left( v_0 \sin \alpha + \frac{g}{b} \right) e^{-bt}.$$

U trenutku  $\tau$  kada telo dostigne maksimalnu visinu  $v_y(\tau) = 0$  odakle je

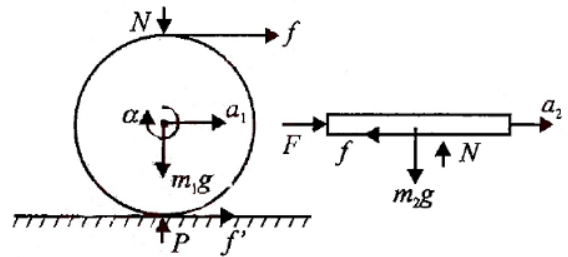
$$\tau = \frac{1}{b} \ln \left| 1 + \frac{bv_0 \sin \alpha}{g} \right|,$$

pa je

$$v(\tau) = v_x(\tau) = \frac{v_0 \cos \alpha}{1 + bv_0 \sin \alpha / g}.$$

3. (a) Videti predavanja 2019/2020. i skripta.

(b) Na slici uz rešenje zadatka 3 su nacrtane sve sile koje deluju na valjak i ploču, respektivno. Sila trenja  $f$  deluje u tački dodira valjka i ploče u pretpostavljenom smeru nadesno i okreće valjak nadesno. Ploča na valjak deluje silom normalne reakcije  $N$  u tački dodira vertikalno na dole (jer valjak na ploču deluje silom istog intenziteta vertikalno na gore). Sila reakcije podloge  $P$  deluje u tački dodira valjka i podloge kao i sila trenja  $f'$  sa pretpostavljenim smerom nadesno. Sile na ploču su skicirane na crtežu desno, ubrzanja centra mase diska i ploče su  $a_1$  i  $a_2$ , respektivno. Prema referentnom smeru  $x$ -ose sleva na desno, translaciona jednačine kretanja centra mase i momentna jednačina rotacije oko centra mase valjka su



Slika uz rešenje zadatka 3.

$$f + f' = m_1 a_1. \quad (1)$$

$$fR - f'R = I\alpha, I = m_1 R^2 / 2, \alpha = a_1 / R. \quad (2)$$

Rešavajući (1) i (2) sledi

$$f = (3/4)m_1 a_1, f' = (1/4)m_1 a_1. \quad (3)$$

Translaciona jednačine kretanja ploče je

$$F - f = m_2 a_2, a_2 = 2a_1. \quad (4)$$

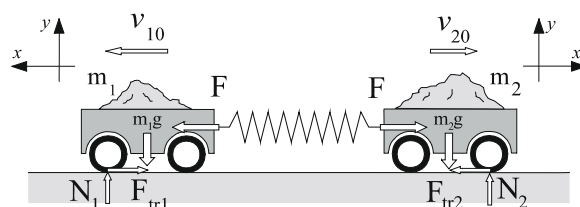
(b1) Iz (3) i (4) sledi:

$$a_1 = \frac{4F}{3m_1 + 8m_2}, a_2 = \frac{8F}{3m_1 + 8m_2}. \quad (5)$$

(b2) Iz (1), (2) i (5) se dobija:

$$f = \frac{3Fm_1}{3m_1 + 8m_2}, f' = \frac{Fm_1}{3m_1 + 8m_2}.$$

4. Videti rešenje zadatka 140. u P.M., J.C., M.T, "Fizika 1 - Zbirka ispitnih zadataka sa rešenjima", 2019. Pošto je opruga zanemarljive mase ona deluje silom istog intenziteta  $F$  na oba kolica. Analizirajmo kretanje kolica mase  $m_1$ . Prema koordinatnom sistemu označenom na slici sledi



Slika uz rešenje zadatka 4.

$$F - F_{tr} = dp_x / dt, \Rightarrow \int_0^{\tau} dp_x = \int_0^{\tau} (F - F_{tr}) dt, \quad (1)$$

gde je  $\tau$  vreme trajanja dejstva opruge pri odbijanju kolica. Kako je prema uslovu u zadatku  $F \gg F_{tr}$  iz (1) dobijamo

$$p_{10} = m_1 v_{10} = \int_0^{\tau} F dt. \quad (2)$$

Na sličan način dobija se količina kretanja kolica mase  $m_2$

$$p_{20} = m_2 v_{20} = \int_0^{\tau} F dt. \quad (3)$$

Kako je dejstvo sile isto u (2) i (3), sledi

$$p_{10} = m_1 v_{10} = p_{20} = m_2 v_{20}, m_1 / m_2 = v_{20} / v_{10}. \quad (4)$$

Nakon prestanka dejstva sile opruge na kolica mase  $m_1$  deluje samo sila trenja pa je njihovo ubrzanje i pređeni put do zaustavljanja

$$a_1 = -\mu g, \Rightarrow s_1 = v_{10}^2 / (2\mu g). \quad (5)$$

Na kolica mase  $m_2$  deluje isto ubrzanje, pa je pređeni put do zaustavljanja, koristeći rezultat iz (5):

$$a_2 = -\mu g, \Rightarrow s_2 = v_{20}^2 / (2\mu g) = (v_{20} / v_{10})^2 s_1. \quad (6)$$

Zamenjujući rezultat iz (4) u (6) sledi

$$s_2 = (m_1 / m_2)^2 s_1 = 2.5 \text{ m}.$$

5. a) Videti predavanja i skripta.

(b) Videti rešenje zadatka 180. u P.M., J.C., M.T, "Fizika 1 - Zbirka ispitnih zadataka sa rešenjima", 2019. Centar mase jednog kraka je na rastojanju

$$x_{CM} = \frac{5L}{9}$$

od tačke  $O$ . Centar mase savijenog štapa je na rastojanju

$$s = 5\sqrt{3}L/18$$

od tačke  $O$ . Moment inercije savijenog štapa u odnosu na osu kroz tačku  $O$  je:

$$I = \frac{7}{18}mL^2,$$

gde je  $m$  masa štapa. Sledi:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgs}} = 2\pi \sqrt{\frac{7\sqrt{3}L}{15g}}$$

6. (a) Videti predavanja i skripta.

(b) Videti rešenja zadataka 254. i 257. u P.M., J.C., M.T, "Fizika 1 - Zbirka ispitnih zadataka sa rešenjima", 2019. Izbijanje nastaje kao rezultat slaganja talasa koji se reflektuje o panel, čija je frekvencija

$$f' = f \frac{1 - \frac{v_p}{c}}{1 - \frac{v_i}{c}}$$

i talasa koji propagira direktno ka prijemniku, čija je frekvencija:

$$f'' = f \frac{1 - \frac{v_p}{c}}{1 + \frac{v_i}{c}}$$

Frekvencija izbijanja je:

$$f_{izb} = |f' - f''| = 2v_i c(c - v_p)/(\lambda(c^2 - v_i^2)).$$

(c) Za date brojne podatke je:

$$f_{izb} = 4,0 \text{ Hz.}$$

Predmetni nastavnici

*J. Cvetić, V. Arsoski, M. Tadić*