ISPIT IZ FIZIKE 1

Januarski ispitni rok

(Ispit traje 3 sata) ETF, Beograd, 16.01.2020.

1. (a) [30] (***Teorijsko pitanje***) Izvesti izraze za tangencijalno i normalno ubrzanje tačke ako su poznate parametarske jednačine kretanja tačke u Dekartovom koordinatnom sistemu $x(t)$, $y(t)$ i $z(t)$.

(b) [35] Tačka se kreće po *x*-osi ubrzanjem $a_x = -k\sqrt{v_x}$ gde je k pozitivna konstanta, a $v_x > 0$ trenutna brzina tačke. Ako je tačka u početnom trenutku bila u koordinatnom početku i imala početnu brzinu v_0, odrediti vreme potrebno da se tačka zaustavi.

(c) [35] Za parametre pod (b) odrediti pređeni put tačke od koordinatnog početka do mesta zaustavljanja.

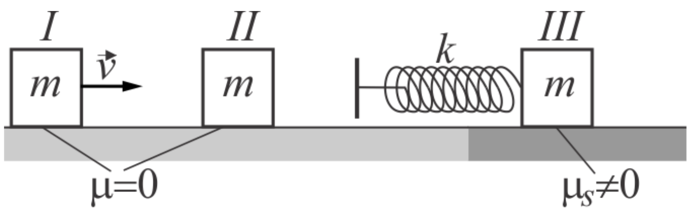
2. Čamac mase m sa motornim pogonom se kreće po pravolinijskoj putanji ka obali brzinom v_0. Da bi zaustavio čamac čamdžija uključi motor sa pogonom unazad tako da na čamac počne da deluje konstantna horizontalna sila intenziteta F_k suprotna vektoru njegove brzine. Ako na čamac pri kretanju deluje i sila otpora sredine proporcionalna brzini čamca $\vec{F}_{otp} = -b\vec{v}$, gde je faktor proporcionalnosti $b > 0$, odrediti:

(a) [70] Vreme potrebno da se čamac zaustavi.

(b) [30] Iz rešenja pod (a) izvesti izraz za vreme zaustavljanja čamca ako je sila otpora u svakom trenutku zanemarljiva u odnosu na silu motora, tj. $b \to 0$.

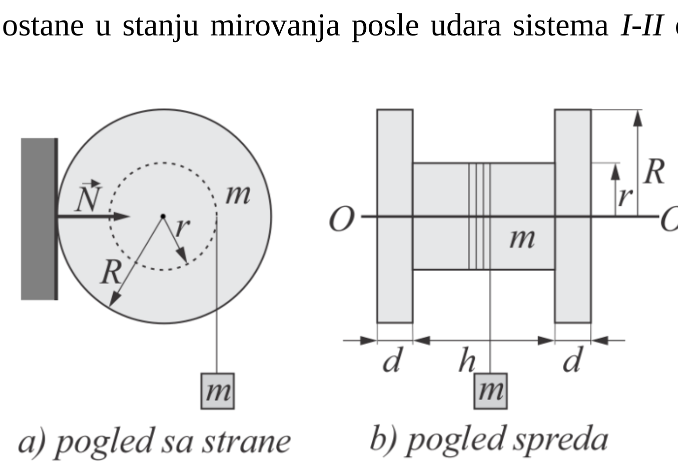
---

3. [100] Tri bloka, svi iste mase *m*, nalaze se na horizontalnoj podlozi, koja je u jednom delu idealno glatka, a u drugom delu hrapava (videti sliku uz zadatak). U početnom trenutku dva bloka nalaze se na idealno glatkom delu podloge, pri čemu se jedan od blokova (*I*) kreće horizontalnom brzinom intenziteta *v*, usmerenom ka drugom bloku (*II*), koji miruje, dok treći blok (*III*) miruje na hrapavoj podozi (koeficijent statičkog trenja između ovog bloka i hrapave podloge jednak je μ_S). Sudar blokova *I* i *II* je apsolutno neelastičan. Posle sudara blokova *I* i *II*, sistem ova dva bloka (sistem *I-II*) udari o laku nenapregnutu oprugu koeficijenta krutosti *k*, postavljenu duž pravca vektora brzine $\vec{v}$ i čvrsto vezanu za blok *III*. Blokovi *I* i *II* kreću se samo po idealno glatkoj podlozi, a sudar sistema *I-II* i opruge je elastičan. Odrediti minimalnu vrednost koeficijenta statičkog trenja μ_S između bloka *III* i hrapave podloge da blok *III* ostane u stanju mirovanja posle udara sistema *I-II* o oprugu. Ubrzanje Zemljine teže je *g*.



Slika uz zadatak 3.

4. Apsolutno kruto telo, oblika punog homogenog kalema mase *m*, sastoji se od valjka visine *h* i poluprečnika *r* i dva diska debljine *d*=*h*/4 i poluprečnika *R*=2*r* (videti sliku uz zadatak). Oko valjka obavijen je tanak, lak, neistegljiv i idealno savitljiv konac, za čiji kraj je vezan teg mase *m*. Diskovi su prislonjeni uz nepomični vertikalni zid. Koeficijent dinami-čkog trenja između zida i kalema jednak je μ, a



Slika uz zadatak 4.

trenje u nepokretnoj horizontalnoj osovini OO', oko koje kalem rotira, jednako je nuli. Pored ostalih sila, na kalem deluje ukupna normalna komponenta reakcije zida $\vec{N}$ (simetrično na svaki disk po $\vec{N}/2$). Ako je poznato ubrzanje tega $a=g/3$ (g je ubrzanje Zemljine teže), odrediti:

(a) [30] moment inercije kalema u odnosu na osu OO', u oznaci I, u funkciji m i r ;

(b) [70] intenzitet ukupne normalne komponente sile reakcije zida na kalem $N = |\vec{N}|$.

5. (a) [70] (***Teorijsko pitanje***) Izvesti izraz za rezonantnu amplitudu prinudnih oscilacija. Smatrati da je poznata masa tela koje leži na horizontalnoj podlozi m, konstanta krutosti opruge k kojom je telo povezano sa pogonskim mehanizmom, koeficijent otporne sile $b > 0$ ($\vec{F}_{otp} = -b\vec{v}$) i amplituda prostoperiodične spoljašnje (prinudne) sile F_0.

(b) [30] Telo mase m = 0,1 kg koje je vezano za oprugu krutosti k = 2,5 N/m u sredini koeficijenta otpora b = 0,6 kg/s pod dejstvom spoljašnje prostoperiodične sile amplitude F_0=0,1 N vrši prinudne prostoperiodične oscilacije ***maksimalne*** amplitude. Napisati izraz koji opisuje kretanje sistema (nakon što je proteklo dovoljno dugo vremena od početka dejstva prinudne sile, tj. završen prelazni režim). Izračunati sve veličine koje figurišu u izrazu!

6. Nivo intenziteta zvuka na normalnom rastojanju r_1=10 m od linijskog izvora iznosi 20 dB.

(a) [65] Ukoliko u sredini ne postoji slabljenje, koliki je nivo intenziteta zvuka na rastojanju r_2=100 m? Do kog rastojanja je moguće da čovek normalnih slušnih sposobnosti registruje zvuk generisan ovim izvorom?

(b) [35] Ukoliko postoji slabljenje, srednja snaga koja padne na ekvifaznu površ na normalnom rastojanju r od ose izvora izvora je $P_{sr}(r) = P_{sr}(r = r_0)e^{-\mu(r-r_0)}$, gde je $P_{sr}(r = r_0)$ srednja snaga na normalnom rastojanju r_0 od ose izvora, a μ koeficijent slabljenja. Ukoliko je $\mu = 0{,}025\ \mathrm{m}^{-1}$, odrediti nivo intenziteta zvuka na rastojanju r_2=100 m.

Opšte napomene:

1) *Na vrhu naslovne strane vežbanke napisati* **oznaku grupe** *i* **ime predmetnog nastavnika** *kod koga ste zvanično raspoređeni da slušate predavanja:*
J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3).

2) **Studenti koji su zadovoljni poenima ostvarenim na kolokvijumu u tekućoj školskoj godini rade ZADATKE 3-6 za vreme 3 h. Na naslovnoj strani vežbanke, u polju rednih brojeva 1 i 2, treba da upišu oznaku *K*1 da bi poeni ostvareni na kolokvijumu bili priznati.**

3) **Studenti koji nisu radili kolokvijum ili koji nisu zadovoljni poenima ostvarenim na kolokvijumu u tekućoj školskoj godini rade SVE ZADATKE (1-6) za vreme 3 h.**

4) *Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati jasno označiti na koricama sveske (u odgovarajućoj rubrici) oznakom X.*

5) Na koricama vežbanke (u gornjem desnom uglu) treba napisati broj poena sa prijemnog ispita iz fizike (ako je rađen 2019. godine), u formi PR-ISP = ... poena. Ako nije rađen, napisati PR-ISP = NE. Ako znate da ste imali poene iz fizike na prijemnom, ali niste sigurni tačno koliko, napisati PR-ISP = ?

6) *Dozvoljena je upotreba neprogramibilnih kalkulatora i grafitne olovke.*

7) **List sa tekstom zadataka poneti sa sobom, ne ostavljati list u vežbanci.**

8) Ispit se može napustiti po isteku **najmanje jednog sata** od početka ispita.

Rešenja zadataka, Fizika 1, ETF, Beograd
Januarski ispitni rok 2020.

1. (a) Videti predavanja i skripta.

(b) Jednačina kretanja je

$$-k\sqrt{v_x} = dv_x / dt\,. \qquad (1)$$

Integracijom (1) uz korišćenje početnih uslova sledi

$$\int_{v_0}^{0} dv_x / \sqrt{v_x} = -k\int_{0}^{\tau} dt \;\rightarrow\; \tau = 2\sqrt{v_0} / k\,. \qquad (2)$$

(c) Pređeni put se dobija iz diferencijalne jednačine kretanja smenom $dv_x / dt = v_x\, dv_x / dx$

$$-k\sqrt{v_x} = v_x\, dv_x / dx. \qquad (3)$$

Posle preuređenja jednačine (3) integracijom se uz korišćenje početnih uslova dobija

$$\int_{0}^{S} dx = -(1/k)\int_{v_0}^{0} \sqrt{v_x}\, dv_x \;\rightarrow\; S = 2v_0^{3/2} / (3k).$$

2. (a) Prema Newton-ovom zakonu se dobija jednačina kretanja

$$m\,dv_x / dt = -F_k - bv_x\,. \qquad (1)$$

Posle preuređenja, integracijom jednačine (1) se uz korišćenje početnih uslova dobija

$$\int_{v_0}^{0} \frac{d(F_k + bv)}{F_k + bv} = -\frac{b}{m}\int_{0}^{\tau} dt \;\rightarrow\; \tau = \frac{m}{b}\ln\left(\frac{F_k + bv_0}{F_k}\right). \qquad (2)$$

(b) Ako je $b \rightarrow 0$ primenom limesa na izraz (2) (L'Hôpital-ovo pravilo) lako se dobija

$$\tau(b \rightarrow 0) = \frac{mv_0}{F_k}.$$

3. Zadatak je sličan zadatku 151. u Fizika 1: Zbirka ispitnih zadataka sa rešenjima (P. Marinković, J. Cvetić, M. Tadić). Za sudar blokova *I* i *II* važi zakon o održanju impulsa, odakle se dobija izraz za brzinu sistema dva bloka posle neelastičnog sudara:

$$v' = \frac{v}{2}.$$

Prema zakonu o održanju mehaničke energije koji važi za drugi sudar:

$$\frac{kx^2}{2} = mv'^2.$$

Ovde je *x* maksimalno sabijanje opruge:

$$x = \sqrt{\frac{m}{2k}}\,v.$$

Maksimalna vrednost sile statičkog trenja je:

$$F_{trsmax} = \mu_s mg.$$

S druge strane, da bi blok *III* ostao u stanju mirovanja:

$$kx \leq \mu_s mg.$$

Odavde sledi tražena minimalna vrednost koeficijenta statičkog trenja:

$$\mu_s = \frac{1}{g}\sqrt{\frac{k}{2m}}v.$$

4. Zadatak je sličan zadatku 188. u Fizika 1: Zbirka ispitnih zadataka sa rešenjima (P. Marinković, J. Cvetić, M. Tadić).

(a) Lako se ustanovi da je masa jednog diska jednaka masi valjka i, dakle, jednaka je *m*/3. Moment inercije kalema je:

$$I = 2\frac{1}{2}\frac{m}{3}(2r)^2 + \frac{1}{2}\frac{m}{3}r^2 = \frac{3}{2}mr^2.$$

(b) Jednačine kretanja tega i kalema su:

$$ma = mg - T,$$

$$\tfrac{3}{2}mr^2\alpha = Tr - 2F_{tr}r,$$

$$F_{tr} = \mu N.$$

Zamenom $a = r\alpha = \frac{g}{3}$ u ovaj sistem jednačina, lako se dobija:

$$N = \frac{mg}{12\mu}.$$

5. (a) Videti predavanja i skripta.

(b) Za date brojne vrednosti

$$\omega_0 = \sqrt{k/m} = 5\ \mathrm{rad/s},$$

$$\alpha = \frac{b}{2m} = 3\ \mathrm{rad/s},$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = 4\ \mathrm{rad/s},$$

$$\Omega_{rez} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\alpha^2} = \sqrt{7}\ \mathrm{rad/s},$$

$$A_{rez} = A(\Omega_{rez}) = \frac{F_0/m}{2\alpha\omega} = \frac{1}{24}\ \mathrm{m},$$

$$\phi = \mathrm{atan}\left(\frac{\Omega_{rez}}{\alpha}\right) = 41{,}41°,$$

pa se za prostoperiodičnu pobudnu silu oblika $F(t) = F_0\sin(\Omega_{rez}t)$ nakon završetka prelaznog režima dobija:

$$x(t) = A_{rez}\sin(\Omega_{rez}t - \phi),$$

odnosno za pobudnu silu oblika $F(t) = F_0\cos(\Omega_{rez}t)$ se dobija:

$$x(t) = A_{rez}\cos(\Omega_{rez}t - \phi).$$

6. Veza nivoa intenziteta zvuka u dve tačke u prostoru na normalnom rastojanju r_1 i r_2 od ose linijskog izvora srednje snage $P_{sr0} = P_{sr}(r_0)$ je:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10\log\frac{I_2}{I_1} = 10\log\frac{\dfrac{P_{sr0}e^{-\mu(r_2-r_0)}}{S(r_2)}}{\dfrac{P_{sr0}e^{-\mu(r_1-r_0)}}{S(r_1)}} = 10\log\frac{S(r_1)}{S(r_2)} - 10\mu(r_2 - r_1)\log e,$$

pri čemu je za linijski izvor $S(r) = 2\pi rl$, gde je l dužina ($l \to \infty$), a r_0 radijalna dimenzija izvora.

Napomena: Za linijski izvor $r_0 \to 0$, pa se može približno pisati

$$I(r) \cong \frac{P_{sr0}e^{-\mu r}}{S(r)}.$$

(a) Kada slabljenje ne postoji ($\mu = 0$):

$$\beta_2 = \beta_1 + 10\log\frac{r_1}{r_2} = 10 \text{ dB}.$$

Na maksimalnom rastojanju $\beta(r_{\max}) = 0$, pa je

$$\beta(r_{\max}) = 0 = \beta_1 + 10\log\frac{r_1}{r_{\max}},$$

odakle je $r_{\max} = r_1 10^{\beta_1/10} = 1000$ m.

(b) Kada se uračuna slabljenje

$$\beta_2 = \beta_1 + 10\log\frac{r_1}{r_2} - 10\mu(r_2 - r_1)\log e = 0{,}228 \text{ dB}.$$

Predmetni nastavnici

J. Cvetić, M. Tadić i V. Arsoski