

ISPIT IZ FIZIKE 1

Ispitni rok Septembar 1 (3 sata)

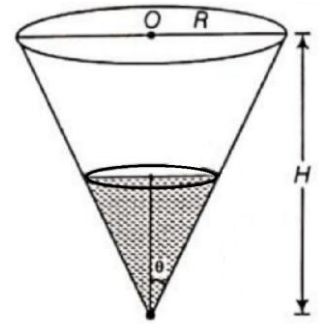
ETF, Beograd, 21.IX.2025.

1. (a) [50] (**Teorijsko pitanje**) Izvesti izraze za tangencijalno a_t i normalno ubrzanje a_n tačke, kao i poluprečnik krivine R trajektorije po kojoj se kreće tačka, ako su poznate parametarske jednačine vektora brzine $\vec{v}(t)$ i ubrzanja $\vec{a}(t)$ u Dekartovom koordinatnom sistemu.

(b) (**Zadatak**) Posuda u obliku kupe visine H napunjena je vodom do vrha (videti sliku uz zadatak). Brzina isparavanja vode iz posude (zapremina vode koja ispari u jedinici vremena) je proporcionalna sa površinom vode u kontaktu sa vazduhom (poznat je faktor proporcionalnosti $k > 0$). Naći:

(b1) [40] intenzitet brzine spuštanja nivoa vode u posudi;

(b2) [10] vreme potrebno da sva voda ispari iz posude.



Slika uz zadatak 1.

2. [100] Čamac mase m se kreće po idealno mirnoj horizontalnoj površini vode brzinom intenziteta v_0 , kada mu se, zbog nedostatka goriva, ugasi motor. Algebarski izraz za silu otpora vode na čamac je $F_{otp} = -\alpha v - \beta v^2$, gde su α i β pozitivne realne konstante, a v intenzitet brzine čamca. Koliki put pređe čamac do trenutka kada mu je brzina tri puta manja od početne? Odrediti rad otporne sile na ovom putu.

3. Otvoreni vagon u obliku ravne platforme mase M može da se kotrlja bez klizanja duž prave horizontalne deonice železničke pruge (videti sliku uz zadatak). Tri čoveka, svaki mase m , ne kreću se u početnom trenutku u odnosu na platformu koja je u ovom trenutku u stanju mirovanja u odnosu na Zemlju.



Slika uz zadatak 3.

(a) [30] Sva tri čoveka zajedno potrče ka jednom kraju platforme, tako da je relativna brzina svakog čoveka u odnosu na platformu u trenutku neposredno pre iskakanja jednaka v_r (svi iskaču u istom vremenskom trenutku istom relativnom brzinom u odnosu na platformu). Odrediti brzinu platforme u odnosu na Zemlju posle iskakanja ljudi sa platforme v_{p1} .

(b) [60] Svaki od trojice ljudi iskače jedan za drugim istom relativnom brzinom u odnosu na platformu u trenutku neposredno pre iskakanja v_r (samo jedan čovek trči po platformi pre iskakanja istom relativnom brzinom u odnosu na platformu kao pod (a); ljudi iskaču jedan po jedan s platforme). Odrediti brzinu platforme u odnosu na Zemlju posle iskakanja sva tri čoveka sa platforme v_{p2} .

(c) [10] Uporediti brzine v_{p1} i v_{p2} . Koja brzina je veća?

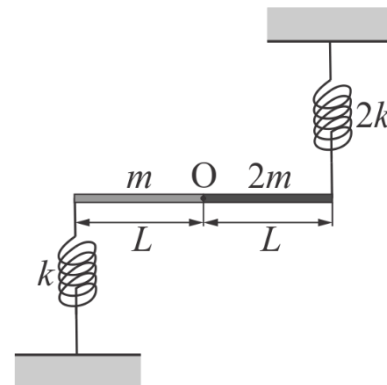
4. (a) [60] (**Teorijsko pitanje**) Dokazati i formulisati teoremu o promeni momenta količine kretanja mehaničkog sistema. Polazeći od izvedene teoreme dokazati i formulisati zakon održanja momenta količine kretanja mehaničkog sistema.

(b) [40] (**Zadatak**) Čovek mase m stoji na disku (vrtešci) mase $M = 10m$ i poluprečnika R , koji bez trenja rotira ugaonom brzinom $\omega_i = 2$ rad/s oko vertikalne ose koja prolazi kroz njegov centar. Pritom se čovek nalazi na rastojanju $R/2$ od centra diska. Kolika je ugaona brzina sistema ukoliko se on premesti na periferiju diska? Zbog velikih dimenzija diska, čoveka posmatrati kao materijalnu tačku.

5. Nehomogeni kruti štap sačinjen je od dva homogena dela masa m i $2m$ iste dužine L . Za levi kraj štapa zakačena je laka opruga krutosti k koja je svojim drugim krajem zakačena za pod, dok je za desni kraj štapa zakačena opruga krutosti $2k$ koja je drugim krajem zakačena za tavanicu (videti sliku uz zadatak). Štap i obe opruge se nalaze u jednoj ravni i štap može da rotira bez trenja oko nepokretne tanke osovine normalne na štap koja prolazi kroz tačku O.

U statičkoj ravnoteži štap ima horizontalni položaj, opruge su normalne na štap, leva opruga je sabijena za y_0 , a desna opruga istegnuta za y_0 . Ubrzanje Zemljine teže je g . Odrediti:

- (a) [30] y_0 ;
- (b) [20] silu reakcije osovine na štap u statičkoj ravnoteži;
- (c) [50] period malih oscilacija štapa oko ravnotežnog položaja.



Slika uz zadatak 5.

6. (a) [50] (**Teorijsko pitanje**) Izvesti jednodimenzionalnu talasnu jednačinu za prostiranje progresivnog talasa $f(t \pm ax)$ po x-osi u izotropnoj i homogenoj sredini. Šta predstavlja parametar a ?

(b) [50] (**Zadatak**) Žica homogene gustine konstantnog poprečnog preseka je zakačena između dva masivna zida. Kada se žica istegne za $\varepsilon_{r1} = 2\%$, a zatim za $\varepsilon_{r2} = 4\%$ svoje prvobitne dužine, ona osciluje sa frekvencijama osnovnog harmonika transverznog stojećeg talasa f_1 i f_2 , respektivno. Ako je sila zatezanja proporcionalna istezanju žice (važi Hookeov zakon istezanja), naći količnik frekvencija osnovnih harmonika oscilovanja f_2/f_1 . Uzeti u obzir da se linijska gustina (podužna masa) žice menja sa istezanjem.

Opšte napomene:

1) Na vrhu korica vežbanke na sredini napisati **oznaku grupe i ime predmetnog nastavnika** kod koga ste zvanično raspoređeni da slušate predavanja:

J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3).

2) Ispit se polaže na dva načina: **(1) integralno ili (2) izradom II kolokvijuma.**

3) **Studenti koji rade samo drugi kolokvijum u gornjem levom uglu na koricama vežbanke treba da napišu K2 i rade zadatke 3-6 za vreme 3 h. Poželjno je DA U POLJA NA KORICAMA VEŽBANKE ispod brojeva 1 i 2 upišu K1, čime su se opredelili da im se priznaju bodovi sa I kolokvijuma.**

4) **Studenti koji polažu ispit integralno rade SVE ZADATKE (1-6) za vreme 3 h. Studentima koji nisu ništa napisali u gornjem levom uglu na koricama vežbanke ispit se pregleda kao integralni. Ukoliko je student radio integralni ispit, ne priznaje mu se parcijalno jedan deo!**

5) **Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati jasno označiti na koricama sveske (u odgovarajućoj rubrici) oznakom X.**

6) Na koricama vežbanke (u gornjem desnom uglu) treba napisati broj poena sa prijemnog ispita iz fizike (ako je rađen 2023. godine), u formi PR-ISP = ... poena. Ako nije rađen, napisati PR-ISP = NE. Ako znate da ste imali poene iz fizike na prijemnom, ali niste sigurni tačno koliko, napisati PR-ISP = ?. Ukoliko student ne stavi nikakvu oznaku za prijemni ispit, poeni sa prijemnog ispita mu se neće uzeti u obzir pri formiranju ocene.

7) **Dozvoljena je upotreba neprogramibilnih kalkulatora i grafitne olovke minimalne tvrdoće B2.**

8) **List sa tekstom zadataka poneti sa sobom. Ne ostavljati list u vežbanci.**

9) Ispit se može napustiti po isteku **najmanje jednog sata** od početka ispita.

10) **Kompletan odgovor na teorijsko pitanje podrazumeva prikaz relevantne/ih skice/a, izvođenja i ispisivanje pratećeg teksta. Vektori moraju biti jasno obeleženi tako da se razlikuju od skalara.**

11) **Ako student nastavlja izradu zadatka, neophodno je da na mestu prekida izrade zadatka jasno naznači da nastavak postoji. Ukoliko se više zadataka (ili delova) radi na istoj strani, neophodno je rastaviti ih horizontalnom linijom preko cele širine stranice. Ne preskakati listove u vežbanci. Ukoliko se ostave prazne stranice između zadatka, a ne popune se do predaje vežbanke, precrtati ih.**

Predmetni nastavnici:

J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3)

Fizika 1, ETF, Beograd
Septembar 1 ispitni rok 2025. godine
Rešenja zadataka

1. (a) Videti predavanja školske 2024/25.

(b1) Kada se površ vode spusti do mesta O', poluprečnik kruga površine vode je r . Prema uslovu u zadatku zapremina vode koja ispari u jedinici vremena je

$$dV/dt = kS(r). \quad (1)$$

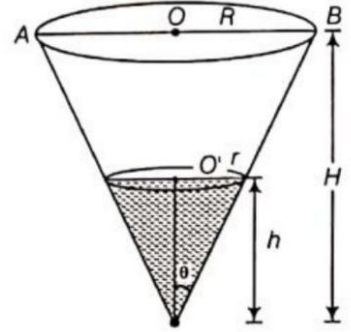
Kako je $S(r) = r^2\pi$ i $dV = r^2\pi(-dh)$, gde je $vdt = dh < 0$ zbog smanjenja visine tokom procesa isparavanja. Zamenom u (1) sledi

$$v = -k = const. \quad (2)$$

Intenzitet brzine je

$$|v| = k.$$

(b2) Kako je brzina spuštavanja nivoa konstantna, vreme pražnjenja posude je $\tau = H/|v| = H/k$.



2. Neka je osa x postavljena horizontalno duž pravca i u smeru kretanja čamca sa koordinatnim početkom u tački koja se poklapa sa centrom mase čamca u trenutku prestanka rada motora. Jednačina kretanja čamca je

$$ma = m \frac{dv}{dt} = mv \frac{dv}{dx} = -\alpha v - \beta v^2 = -\beta v \left(v + \frac{\alpha}{\beta} \right).$$

Razdvajanjem promenljivih i integracijom od početnog do krajnjeg položaja:

$$\int_{v_0}^{v_0/3} \frac{dv}{v + \alpha/\beta} = -\frac{\beta}{m} \int_0^S dx \Rightarrow \ln \frac{v_0/3 + \alpha/\beta}{v_0 + \alpha/\beta} = -\frac{\beta}{m} S,$$

pređeni put je

$$S = \frac{m}{\beta} \ln \frac{v_0 + \alpha/\beta}{v_0/3 + \alpha/\beta}.$$

Rad koji izvrši otporna sila na ovom putu je

$$A_{otp} = \Delta E_k = \frac{1}{2} m \left(\frac{v_0}{3} \right)^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -\frac{4}{9} m v_0^2.$$

3. (a) Ukupna količina kretanja mehaničkog sistema platforma+ljudi pre skoka sva tri čoveka je $P_{pre} = 0$. Posle skoka tri čoveka istovremeno, ukupni impuls sistema platforma+ljudi je

$$P_{posle} = Mv_{p1} + 3m(v_{p1} - v_r).$$

Zbog zakona o održanju količine kretanja

$$P_{posle} = P_{pre},$$

odakle sledi

$$Mv_{p1} + 3m(v_{p1} - v_r) = 0$$

i

$$v_{p1} = \frac{3m}{M + 3m} v_r.$$

(b) Na osnovu zakona o održanju količine kretanja, pri skoku prvog čoveka:

$$(M + 2m)v_2 + m(v_2 - v_r) = 0,$$

gde je v_2 brzina platforme sa preostala dva čoveka na njoj po iskakanju prvog. Brzina v_2 je

$$v_2 = \frac{m}{M + 3m} v_r.$$

Kada iskoči drugi čovek, zakona o održanju količine kretanja daje

$$(M + m)v_1 + m(v_1 - v_r) = (M + 2m)v_2.$$

Odavde

$$v_1 = v_2 + \frac{m}{M + 2m} v_r.$$

Po iskakanju poslednjeg čoveka

$$M v_{p2} + m(v_{p2} - v_r) = (M + m)v_1,$$

odakle

$$v_{p2} = v_1 + \frac{m}{M + m} v_r.$$

Brzina v_{p2} je

$$v_{p2} = \sum_{i=1}^3 \frac{m}{M + im} v_r.$$

(c) Ako napišemo izraz za brzinu v_{p1} ,

$$v_{p1} = \sum_{i=1}^3 \frac{m}{M + 3m} v_r,$$

lako se može zaključiti da je

$$v_{p2} > v_{p1}.$$

4. (a) Videti skripta i predavanja školske 2024/25.

(b) Kako u horizontalnoj ravni na sistem ne deluju spoljašnje sile, moment količine kretanja u odnosu na vertikalnu osu se ne menja:

$$I_i \omega_i = I_f \omega_f,$$

gde je početna vrednost momenta inercije sistema u odnosu na vertikalnu osu $I_i = \frac{1}{2}MR^2 + m\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{21}{4}mR^2$ (kada je čovek na rastojanju $R/2$ od centra diska), finalna vrednost momenta inercije $I_f = \frac{1}{2}MR^2 + mR^2 = 6mR^2$ (kada je čovek na periferiji diska), te je finalna vrednost ugaone brzine sistema

$$\omega_f = \omega_i \frac{I_i}{I_f} = \frac{21}{24} \omega_i = 1,75 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

5. (a) Položaj centra mase tela je $x_{CM} = L/6$. Momentna jednačina u ravnotežnom položaju je

$$\frac{3mgL}{6} - 2ky_0L + ky_0L = 0.$$

Odavde je

$$y_0 = \frac{mg}{2k}.$$

(b) U statičkoj ravnoteži je $N + 2ky_0 + ky_0 - 3mg = 0$. Odavde

$$N = \frac{3mg}{2}.$$

(c) Za male uglove rotacije štapa θ momentna jednačina je (moment inercije nehomogenog štapa u odnosu na osu z kroz O jednak je $I_z = mL^2/3 + 2mL^2/3 = mL^2$):

$$I_z \ddot{\theta} = mL^2 \ddot{\theta} = \frac{3mgL}{6} - 2k(y_0 + L\theta)L + k(y_0 - L\theta)L.$$

Uzimajući u obzir uslov ravnoteže za momente

$$mL^2 \ddot{\theta} + 3kL^2 \theta = 0.$$

Odavde

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{3k}}.$$

6. (a) Videti predavanja školske 2024/25.

(b) Neka je masa i dužina žice m i L , respektivno, (podužna masa žice je $\mu = m/L$), a sila zatezanja F . Talasna dužina osnovnog moda oscilovanja žice između dve nepokretne tačke na rastojanju L je $\lambda = 2L$, brzina transversalnog talasa $v_t = \sqrt{F/\mu} = \sqrt{FL/m}$. Frekvencija oscilovanja je

$$f = v_t/\lambda = \sqrt{FL/m}/(2L) = \sqrt{F/(mL)}/2. \quad (1)$$

Hookeov zakon istezanja žice je

$$F/S = E_y \varepsilon_r, \quad (2)$$

gde je S poprečni presek, E_y Youngov modul elastičnosti a $\varepsilon_r = \Delta L/L$ relativno istezanje žice. Iz (2) sledi

$$F = SE_y \varepsilon_r. \quad (3)$$

Relativno istezanje je u prvom slučaju je $\varepsilon_{r1} = \Delta L_1/L_1 \ll 1$ gde je dužina istegnute žice $L_1 = L_0 + \varepsilon_{r1}L_0 = L_0(1 + \varepsilon_{r1})$, a L_0 je osnovna dužina neistegnute žice. Slično je $\varepsilon_{r2} = \Delta L_2/L_2 = \Delta L_2/[L_0(1 + \varepsilon_{r2})] \ll 1$. Kombinacijom (3) i (1) se dobija

$$f_1 = \sqrt{SE_y \varepsilon_{r1}/[mL_0(1 + \varepsilon_{r1})]}/2, f_2 = \sqrt{SE_y \varepsilon_{r2}/[mL_0(1 + \varepsilon_{r2})]}/2. \quad (4)$$

Iz (4) sledi

$$f_2/f_1 = \sqrt{\varepsilon_{r2}(1 + \varepsilon_{r1})/[\varepsilon_{r1}(1 + \varepsilon_{r2})]} = 1,4.$$

Beograd, 21.9.2025.

Predmetni nastavnici

J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3)