ISPIT IZ FIZIKE 1

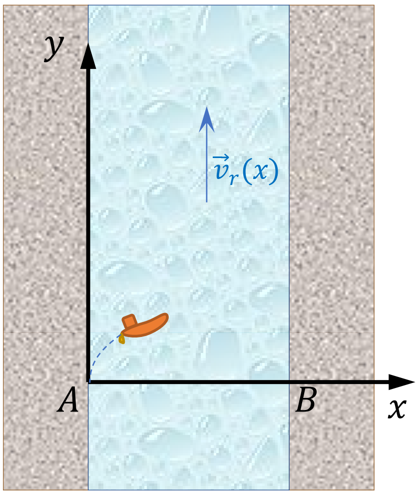
Avgustovski ispitni rok

(Ispit traje 3 sata) ETF, Beograd, 30.08.2022.

1. [100] Brod počinje da se kreće sa leve obale iz tačke A tako da mu je relativna brzina prema vodi konstantnog intenziteta $v_b = 0{,}3$ m/s i pravca normalnog u odnosu na obale ($\vec{v}_b$ je paralelan pravcu $\overline{AB}$). Intenzitet brzine toka reke se menja po zakonu:

$$v_r = v_{r0}\left[1 - \frac{4}{b^2}\left(x - \frac{b}{2}\right)^2\right],$$

gde je $b = 54$ m širina reke, $v_{r0} = 5$ m/s maksimalna brzina toka na sredini reke i x normalna udaljenost od leve obale. Odrediti rastojanje S_y za koje se brod pomeri duž toka reke u trenutku pristizanja na suprotnu obalu.



Slika uz zadatak 1.

2. Materijalna tačka mase m kreće se iz stanja mirovanja u početnom trenutku $t_0 = 0$ s po kružnici poluprečnika R pod dejstvom sile $\vec{F}$ koja linearno zavisi od intenziteta periferne (linijske) brzine materijalne tačke v prema izrazu $\vec{F} = ma_0(1 - kv)\vec{e}_\tau$, gde su a_0 i k pozitivne realne konstante, a $\vec{e}_\tau$ je jedinični vektor tangente u prirodnom koordinatnom sistemu. U vremenskom trenutku $t = t_1$ intenzitet periferne brzine jednak je $v(t = t_1) = 1/(2k)$. Odrediti:

(a) [30] t_1;

(b) [40] put S koji materijalna tačka pređe od $t = t_0$ do $t = t_1$;

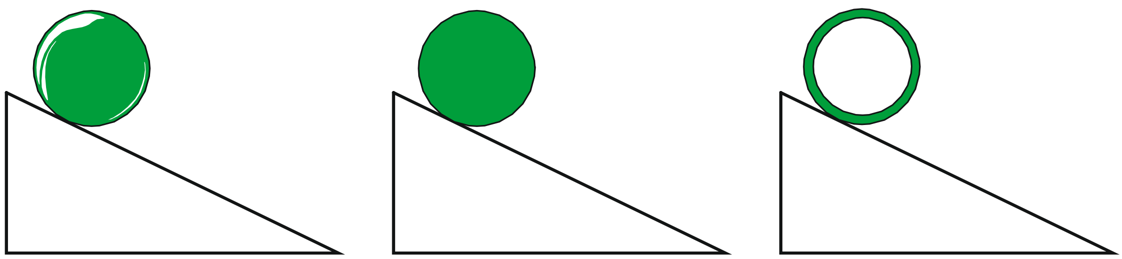
(c) [30] normalno ubrzanje materijalne tačke u trenutku $t = t_1/2$.

---

3. [100] Pod kojim maksimalnim uglom u laboratorijskom sistemu može skrenuti α - čestica posle elastičnog sudara sa jezgrom atoma vodonika?

4. (a) [50] (***Teorijsko pitanje.***) Izvesti izraz za ukupnu kinetičku energiju krutog tela pri složenom ravanskom (komplanom) kretanju. Poznat je položaj centra mase tela, linearna brzina centra mase v, masa tela m, moment inercije tela i ugaona brzina oko tačke centra mase I_{CM} i ω, respektivno.

(b) [50] Tri homogena tela (b_1) lopta, (b_2) valjak i (b_3) tanki obruč (vidi sliku uz zadatak), puštena su iz stanja mirovanja sa iste visine $h+R$ na strmoj ravni ($h+R$ je visina na kojoj se nalazi centar mase svih tela u odnosu na referentnu horizontalnu podlogu, gde je R poluprečnik tela). Tela su istih poluprečnika, a različitih masa. Ako pri kretanju nema proklizavanja, izvesti opšti izraz za ugaonu brzinu kretanja oko centra mase svih tela u podnožju strme ravni. Koje telo ima najveću ugaonu brzinu u podnožju strme ravni i koliko ona iznosi?

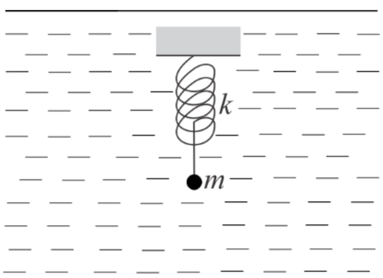


(b_1) (b_2) (b_3)

Slika uz zadatak 4.

5. (a) [30] **(*Teorijsko pitanje.*)** Slobodne prigušene oscilacije: za slučaj kvaziperiodičnog kretanja izvesti izraze za zavisnosti elongacije i amplitude oscilacija od vremena, $x(t)$ i $A(t)$, respektivno.
(b) [30] **(*Teorijsko pitanje.*)** Za slabo prigušenje ($\alpha \ll \omega_0$; α je koeficijent prigušenja, ω_0 je sopstvena kružna učestanost oscilatora) izvesti izraz za faktor dobrote oscilatora Q u funkciji α i ω_0.

Sferna homogena kuglica poluprečnika r =2,65 mm i nepromenljive mase m =0,5 g kreće se vertikalno u mirnoj jezerskoj vodi (videti sliku). Kuglica je obešena za laku vertikalno postavljenu oprugu koeficijenta krutosti $k = 5 \cdot 10^{-2}$ N/m; drugi kraj opruge je čvrsto zakačen za nepokretni oslonac. Pored sile Zemljine teže $\vec{F}_g = m\vec{g}$ ($\vec{g}$ je vektor ubrzanja Zemljine teže), sile potiska $\vec{F}_p = -\rho V\vec{g}$ (ρ je gustina vode, a V zapremina kuglice) i elastične sile opruge, na kuglicu pri kretanju deluje i otporna sila vode $\vec{F}_{ot} = -6\pi\eta r\vec{v}$, gde je $\vec{v}$ vektor brzine kuglice, a $\eta = 1 \cdot 10^{-3}$ $\mathrm{Ns/m^2}$ koeficijent viskoznosti vode. Odrediti:



Slika uz zadatak 5.

(c) [30] broj oscilacija kuglice n od početnog trenutka do trenutka u kojem se amplituda oscilacija smanji na polovinu svoje vrednosti u početnom trenutku;
(d) [10] faktor dobrote oscilatora Q.

6. (a) [75] Izvesti izraze za koeficijent refleksije i transmisije (amplitude i snage) transverzalnog talasa na spoju dve žice podužnih masa μ_1 i μ_2. Žice su idealno savitljive i zategnute su konstantnom silom intenziteta F.
(b) [25] Koji deo snage incidentnog talasa, koji se formira na jednoj žici, se reflektuje na spoju dve žice, ako je $\mu_2 = 4\mu_1$? Prigušenje talasa je zanemarljivo, a žice su dovoljno dugačke.

Opšte napomene:

1) *Na vrhu naslovne strane vežbanke napisati* **oznaku grupe** *i* **ime predmetnog nastavnika** *kod koga ste zvanično raspoređeni da slušate predavanja:*
J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3).
2) **Studenti koji rade samo drugi kolokvijum u gornjem levom uglu na koricama vežbanke treba da napišu K2 i rade zadatke 3-6 za vreme 3 h. Poželjno je da u kućice na koricama vežbanke ispod brojeva 1 i 2 upišu K1, čime su se opredelili da im se priznaju bodovi sa I kolokvijuma.**
3) **Studenti koji polažu ispit integralno rade SVE ZADATKE (1-6) za vreme 3 h. Studentima koji nisu ništa napisali u gornjem levom uglu na koricama vežbanke ispit se pregleda kao integralni. Ukoliko je student radio integralni ispit, ne može mu se parcijalno priznati jedan deo!**
4) *Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati jasno označiti na koricama sveske (u odgovarajućoj rubrici) oznakom X.*
5) Na koricama vežbanke (u gornjem desnom uglu) treba napisati broj poena sa prijemnog ispita iz fizike (ako je rađen 2021. godine), u formi PR-ISP = ... poena. Ako nije rađen, napisati PR-ISP = NE. Ako znate da ste imali poene iz fizike na prijemnom, ali niste sigurni tačno koliko, napisati PR-ISP = ? Ukoliko student ne stavi nikakvu oznaku za prijemni ispit, poeni sa prijemnog ispita mu se neće uzeti u obzir pri formiranju ocene.
6) *Dozvoljena je upotreba neprogramibilnih kalkulatora i grafitne olovke.*
7) **List sa tekstom zadataka poneti sa sobom, ne ostavljati list u vežbanci.**
8) Ispit se može napustiti po isteku **najmanje jednog sata** od početka ispita.

Fizika 1, ETF, Beograd
Avgustovski ispitni rok 2022.
Rešenja zadataka

1. Projekcije brzine broda u odnosu na koordinatni sistem sa slike su:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = v_b,$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = v_{r0}\left[1 - \frac{4}{b^2}\left(x - \frac{b}{2}\right)^2\right].$$

Deljenjem jednačina dobija se diferencijalna jednačina, u kojoj figurišu koordinate broda, koja se integrali:

$$v_b \int_0^{S_y} dy = v_{r0} \int_0^b \left[1 - \frac{4}{b^2}\left(x - \frac{b}{2}\right)^2\right] dx,$$

$$v_b S_y = v_{r0}\left[x - \frac{b}{2}\frac{1}{3}\left(\frac{x - b/2}{b/2}\right)^3\right]\Bigg|_0^b,$$

odakle se dobija:

$$S_y = \frac{2}{3} b \frac{v_{r0}}{v_b} = 600 \text{ m}.$$

2. (a) Tangencijalno ubrzanje je:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = a_0(1 - kv),$$

Integracija daje:

$$t(v) = \frac{1}{a_0}\int_0^v \frac{dv}{1 - kv} = -\frac{1}{a_0 k}\ln(1 - kv)\,.$$

Vremenski trenutak $t = t_1$ je:

$$t_1 = \frac{1}{a_0}\int_0^{v_1} \frac{dv}{1 - kv} = \frac{\ln(2)}{a_0 k}.$$

(b) Iz $t = t(v)$ lako se dobija:

$$v(t) = \tfrac{1}{k}(1 - e^{-a_0 k t}).$$

Pređeni put je:

$$S = \int_0^{t_1} v(t)dt = \frac{1}{a_0 k^2}(a_0 k t_1 + e^{-a_0 k t_1} - 1) = \frac{1}{2a_0 k^2}(2\ln(2) - 1).$$

(c) Zavisnost normalnog ubrzanja od vremena t je

$$a_n(t) = \tfrac{v^2(t)}{R} = \tfrac{1}{Rk^2}(1 - e^{-a_0 k t})^2.$$

U trenutku $t = \frac{t_1}{2}$:

$$a_n(t = \frac{t_1}{2}) = \left(\frac{3}{2} - \sqrt{2}\right)\frac{1}{k^2 R}.$$

3. Videti rešenje zadatka br. 145. iz zbirke K. Nikolić, P. Marinković, J. Cvetić, Fizika: zbirka rešenih zadataka.

4. (a) Videti predavanja školske 2021/22.

(b) Pri kotrljanju tela niz strmu ravan bez proklizavanja nema gubitaka energije usled trenja (sila trenja pri kotrljanju postoji u tački dodira, ali je brzina te tačke jednaka nuli pa je snaga gubitaka jednaka nuli). Zbog toga je zadatak moguće rešiti preko zakona o održanju energije. Potencijalna energija tela na vrhu strme ravni (za referentnu tačku na visini R iznad podnožja) jednaka je zbiru kinetičke energije rotacije oko centra mase i kinetičke energije translatornog kretanja centra mase

$$mgh = I_{CM}\omega^2/2 + mv^2/2,$$

gde je I_{CM} moment inercije tela oko centra mase. Kako je $v=\omega R$ dobija se

$$\omega = \left(\frac{2gh}{I_{CM}/m + R^2}\right)^{1/2}.$$

Iz jednačine (1) se može zaključiti da smanjenje vrednosti člana I_{CM}/m povećava ugaonu brzinu (ostale veličine su konstantne). Najveću ugaonu brzinu ima lopta koja ima minimalnu vrednost člana $I_{CM}/m = 2R^2/5$ i iznosi:

$$\omega_{\max} = \left(\frac{10gh}{7R^2}\right)^{1/2}.$$

5. (a), (b) Videti predavanja školske 2021/22.

(c) Koeficijent proporcionalnosti:

$$b = 6\pi\eta r = 5 \cdot 10^{-5}\ \text{Ns/m}.$$

Koeficijent prigušenja je:

$$\alpha = \frac{b}{2m} = 0{,}05\ \text{1/s}.$$

Sopstvena kružna učestanost je:

$$\omega_0 = 10\ \text{rad/s}.$$

Vremenski promenljiva amplituda oscilacija je:

$$A(t) = A_0 e^{-\alpha t}.$$

Vremenski trenutak $t = t_1$ u kojem je $A = A_0/2$ je:

$$t_1 = \frac{\ln(2)}{\alpha}.$$

Kružna učestanosti prigušenih oscilacija je

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} \approx \omega_0 = 10\ \text{rad/s}.$$

Broj oscilacija je:

$$n = \frac{t_1}{T} \approx \frac{t_1\omega_0}{2\pi} = 22{,}1.$$

(d) Faktor dobrote oscilatora je ($\alpha \ll \omega_0$):

$$Q \approx \frac{\omega_0}{2\alpha} = 100.$$

6. (a) Videti predavanja školske 2021/22.

(b) Na osnovu izraza za koeficijent refleksije snage:

$$R = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{F\mu_1} - \sqrt{F\mu_2}}{\sqrt{F\mu_1} + \sqrt{F\mu_2}}\right)^2 = \frac{1}{9} \approx 11\%.$$

Beograd, 30.08.2022.

Predmetni nastavnici:

J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3)