ISPIT IZ FIZIKE 1

Februarski ispitni rok

(Ispit traje 3 sata) ETF, Beograd, 27.08.2023.

1. (a) [50] (*Teorijsko pitanje*) Izvesti izraz za poluprečnik krivine trajektorije u Dekartovim koordinatama za kretanje u ravni (2D) kada je trajektorija data u koordinatnom obliku $y = f(x)$.

(b) [50] Materijalna tačka se kreće u ravni *xOy* brzinom $\vec{v} = v_0\vec{e}_x + bx^2\vec{e}_y$, gde su b i v_0 pozitivne realne konstante. U početnom trenutku tačka se nalazi u koordinatnom početku. Odrediti poluprečnik krivine trajektorije R u funkciji koordinate x.

2. Telo mase m, koje se može smatrati materijalnom tačkom, vertikalno pada u Zemljinom gravitacionom polju bez početne brzine. Pored sile Zemljine teže intenziteta $F_g = mg$, gde je g ubrzanje Zemljine teže, na telo deluje otporna sila vazduha intenziteta $F_{ot} = kmv^2$, gde je v intenzitet brzine tela, a k pozitivna konstanta. Ako je y osa Dekartovog koordinatnog sistema postavljena vertikalno nadole ka površi Zemlje, sa koordinatnim početkom na mestu na kome se telo nalazi u početnom vremenskom trenutku $t = t_0 = 0$ s, odrediti:

(a) [40] zavisnost brzine tela od vremena t, $v(t)$;

(b) [10] asimptotsku brzinu tela, $v_\infty = v(t \to \infty)$;

(c) [40] zavisnost brzine tela od y, $v(y)$;

(d) [10] vrednost koordinate $y = y_1$ u vremenskom trenutku kada je brzina tela jednaka polovini asimptotske brzine, $v = v_1 = v_\infty/2$.

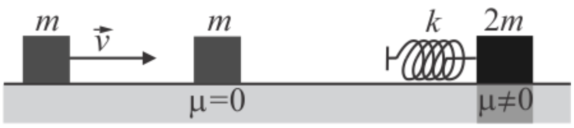
Napomena: Pri rešavanju Njutnove diferencijalne jednačine kretanja može biti korisna jednakost:

$$\frac{1}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a}\left(\frac{1}{x - a} - \frac{1}{x + a}\right).$$

---

3. (a) [40] (*Teorijsko pitanje*) Formulisati i dokazati teoremu o promeni kinetičke energije materijalne tačke.

(b) [60] Blok mase m kreće se po idealno glatkoj horizontalnoj podlozi brzinom v i neelastično se sudara sa drugim blokom iste mase koji miruje na ovoj podlozi, tako da se ova dva tela po sudaru kreću zajedno kao jedno kompozitno telo mase $2m$. Potom ovo telo udara o elastičnu oprugu zanemarljive mase i koeficijenta krutosti k koja je čvrsto zakačena za treći blok mase $2m$ koji miruje. Koeficijent statičkog trenja između bloka mase $2m$ i podloge, samo na mestu gde se ovaj blok nalazi, jednak je μ ($\mu \neq 0$; videti sliku uz zadatak). Pravci kretanja bloka, kompozitnog tela i sabijanja opruge se poklapaju, a ubrzanje Zemljine teže je g. Odrediti maksimalnu vrednost v za koju blok mase $2m$ po udaru kompozitnog tela o oprugu ostaje u stanju mirovanja.



Slika uz zadatak 3.

4. [100] Na horizontalnoj glatkoj podlozi miruje veoma dugačka daska konstantne debljine i mase M. Homogena lopta mase m i poluprečnika R rotira ugaonom brzinom ω_0 oko ose koja prolazi kroz njeno težište i paralelna je horizontalnoj podlozi. U početnom trenutku ($t = 0$) lopta se lagano (približno bez početne brzine centra mase) spusti na dasku. Poznato je gravitaciono ubrzanje g. Ako je koeficijent trenja između daske i lopte μ, u kom trenutku $t = \tau$ će lopta početi da se kreće po dasci bez proklizavanja?

5. (a) [20] (*Teorijsko pitanje*) Izvesti izraz za period malih oscilacija fizičkog klatna. Masa klatna je m, a rastojanje centra mase od tačke vešanja je d.

b) [80] Tanak homogeni štap dužine L je postavljen u vertikalnoj ravni u gravitacionom polju. Štap može da rotira oko horizontalne ose koja prolazi kroz štap, a normalna je na vertikalnu ravan u kojoj štap osciluje. Naći položaj tačke vešanja (rastojanje od centra štapa, x) za minimalni period malih oscilacija štapa.

6. (a) [50] (*Teorijsko pitanje*) Izvesti izraz za grupnu brzinu dva talasa bliskih frekvencija i talasnih vektora.

(b) [50] U dubokoj vodi disperziona relacija longitudinalnih talasa je $\omega = \sqrt{gk}$, gde je ω kružna učestanost talasa, g intenzitet gravitacionog ubrzanja, a k je talasni broj. Izračunati faznu i grupnu brzinu ovih talasa.

Opšte napomene:

1) *Na vrhu korica vežbanke na sredini napisati* **oznaku grupe** *i* **ime predmetnog nastavnika** *kod koga ste zvanično raspoređeni da slušate predavanja:*

J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3).

2) Ispit se polaže na dva načina: **(1) integralno** ili **(2) izradom II kolokvijuma**.

3) **Studenti koji rade samo drugi kolokvijum u gornjem levom uglu na koricama vežbanke treba da napišu K2 i rade zadatke 3-6 za vreme 3 h. Poželjno je DA U POLJA NA KORICAMA VEŽBANKE ispod brojeva 1 i 2 upišu K1, čime su se opredelili da im se priznaju bodovi sa I kolokvijuma.**

4) **Studenti koji polažu ispit integralno rade SVE ZADATKE (1-6) za vreme 3 h. Studentima koji nisu ništa napisali u gornjem levom uglu na koricama vežbanke ispit se pregleda kao integralni. Ukoliko je student radio integralni ispit, ne priznaje mu se parcijalno jedan deo!**

5) *Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati jasno označiti na koricama sveske (u odgovarajućoj rubrici) oznakom X.*

6) Na koricama vežbanke (u gornjem desnom uglu) treba napisati broj poena sa prijemnog ispita iz fizike (ako je rađen 2022. godine), u formi PR-ISP = ... poena. Ako nije rađen, napisati PR-ISP = NE. Ako znate da ste imali poene iz fizike na prijemnom, ali niste sigurni tačno koliko, napisati PR-ISP = ? Ukoliko student ne stavi nikakvu oznaku za prijemni ispit, poeni sa prijemnog ispita mu se neće uzeti u obzir pri formiranju ocene.

7) *Dozvoljena je upotreba neprogramibilnih kalkulatora i grafitne olovke.*

8) **List sa tekstom zadataka poneti sa sobom. Ne ostavljati ga u vežbanci.**

9) Ispit se može napustiti po isteku **najmanje jednog sata** od početka ispita.

10) **Kompletan odgovor na teorijsko pitanje podrazumeva prikaz relevantne/ih skice/a, izvođenja i ispisivanje pratećeg teksta. Vektori moraju biti jasno obeleženi tako da se razlikuju od skalara.**

Fizika 1, ETF, Beograd
Avgustovski ispitni rok 2023. godine
Rešenja zadataka

1. (a) Videti predavanja 2022/23. godine i skripta.

(b) Videti rešenje 23. zadatka iz K. Nikolić, P. Marinković, J. Cvetić, „FIZIKA – zbirka rešenih zadataka". Iz projekcija vektora brzine:

$$\frac{dx}{dt} = v_0 \quad \Longrightarrow \quad x = v_0 t; \qquad \frac{dy}{dt} = bx^2 = bv_0^2 t^2 \quad \Longrightarrow \quad y = \frac{1}{3} b v_0^2 t^3 = \frac{bx^3}{3v_0}.$$

Poluprečnik krivine je:

$$R = \frac{[1 + y'^2]^{3/2}}{|y''|} = \frac{v_0}{2bx}\left[1 + \left(\frac{bx^2}{v_0}\right)^2\right]^{3/2}.$$

2. (a) Jednačina kretanja je:

$$ma = mg - mkv^2.$$

Odavde:

$$\frac{dv}{dt} = g - kv^2.$$

Diferencijalna jednačina je:

$$dt = -\frac{1}{k}\frac{dv}{v^2 - \frac{g}{k}} = -\frac{\tau}{2}\left(\frac{1}{v-u} - \frac{1}{v+u}\right)dv,$$

gde je $\tau = 1/\sqrt{gk}$, a $u = \sqrt{g/k}$. Odavde sledi:

$$t = \frac{\tau}{2}\ln\left|\frac{v+u}{v-u}\right|,$$

odnosno:

$$v(t) = \sqrt{\frac{g}{k}}\frac{e^{\frac{2t}{\tau}} - 1}{e^{\frac{2t}{\tau}} + 1}.$$

(b) Za $t \to \infty$:

$$v_\infty = \sqrt{\frac{g}{k}}.$$

(c) Ponovnim rešavanjem diferencijalne jednačine kretanja (videti zadatak 78. iz Zbirke ispitnih zadataka sa rešenjima) dobija se:

$$v(y) = v_\infty\sqrt{1 - e^{-2ky}}.$$

(d) Iz izraza izvedenog pod (c) dobije se:

$$y_1 = \frac{1}{2k}\ln\frac{4}{3}.$$

---

3. (a) Videti skripta i beleške sa predavanja školske 2022/23. godine.

(b) Na osnovu zakona o održanju impulsa, impuls kompozitnog tela po sudaru je:

$$v_1 = \frac{v}{2}.$$

Ako je blok mase $2m$ po sudaru u stanju mirovanja, maksimalna sila kojom opruga deluje na ovo telo je u trenutku kada je opruga maksimalno sabijena. Na osnovu zakona o održanju mehaničke energije:

$$\frac{mv^2}{4} = \frac{1}{2}kx^2,$$

gde je x maksimalno sabijanje opruge. Uslov da se blok mase $2m$ ne pokrene je da maksimalna sila kx ne sme da premaši vrednost sile statičkog trenja $\mu 2mg$. Dakle, maksimalna vrednost v da blok mase $2m$ ostane u stanju mirovanja je:

$$v = \sqrt{\frac{8m}{k}\mu g}.$$

4. Jednačina kretanja daske je:

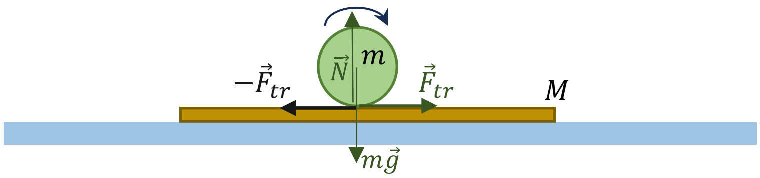
$$Ma_d = -F_{tr}, \tag{1}$$

dok su jednačine za loptu

$$ma_{CM} = F_{tr}, \tag{2}$$
$$0 = N - mg, \tag{3}$$
$$I_{CM}\alpha = -F_{tr}R, \tag{4}$$

gde je $I_{CM} = \frac{2}{5}mR^2$. Sve dok lopta proklizava $F_{tr} = \mu N = \mu mg$. Iz jednačina (1) i (2), ubrzanje daske i centra mase lopte su $a_d = \mu g \frac{m}{M}$ i $a_{CM} = \mu g$, respektivno. Relativno ubrzanje lopte u odnosu na dasku je $a_r = a_{CM} + (-a_d) = \mu g \left(1 + \frac{m}{M}\right)$, dok je promena relativne brzine u vremenu $v_r = \mu g \left(1 + \frac{m}{M}\right) t$. Iz (4) se dobija ugaono ubrzanje lopte $\alpha = -\mu mgR/I_{CM}$, odakle je ugaona brzina $\omega(t) = \omega_0 - \mu mgRt/I_{CM}$. U trenutku τ kada lopta prestaje da proklizava $v_r(\tau) = \omega(\tau)R$, odakle se dobija

$$\tau = \frac{\omega_0 R}{\mu g \left(\frac{7}{2} + \frac{m}{M}\right)}.$$



5. (a) Videti beleške sa predavanja i skripta P. Marinković, „Fizika 1“.

(b) Moment inercije u odnosu na tačku vešanja O je $I_O = I_{CM} + mx^2$, gde je $I_{CM} = mL^2/12$. Period oscilacija je:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_O}{mgs}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_{CM} + mx^2}{mgx}}.$$

Traženjem minimuma se dobija:

$$x = \frac{L}{\sqrt{12}}.$$

6. (a) Videti beleške sa predavanja i skripta J.Cvetić, „Talasi“ i P. Marinković, „Fizika 1“.

(b) Fazna brzina talasa je $v_f = \omega / k = \sqrt{g/k}$. Talasi većih talasnih dužina putuju brže. Grupna brzina talasa je po definiciji $v_g = d\omega / dk = (1/2)\sqrt{g/k} = (1/2)v_f$.

Beograd, 27.08.2023.

Predmetni nastavnici

J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3)