

ISPIT IZ FIZIKE 1

Avgustovski ispitni rok

(Ispit traje 3 sata)

ETF, Beograd, 1.9.2024.

1. (a) [50] (**Teorijsko pitanje**) Materijalna tačka se kreće u xOy ravni Dekartovog koordinatnog sistema. Ako su poznate parametarske jednačine kretanja materijalne tačke $x = x(t)$ i $y = y(t)$, izvesti izraze za tangencijalno ubrzanje, normalno ubrzanje i poluprečnik krivine trajektorije u funkciji vremena, $a_t(t)$, $a_n(t)$ i $R(t)$, respektivno.

(b) (**Zadatak**) Vektor položaja materijalne tačke koja se kreće u xOy ravni Dekartovog koordinatnog sistema menja se u funkciji vremena prema $\vec{r}(t) = \frac{ut^2}{2} \vec{e}_x + \frac{wt^3}{3} \vec{e}_y$, gde su u i w pozitivne konstante. Odrediti:

(b1) [10] zavisnost vektora brzine od vremena $\vec{v}(t)$;

(b2) [10] zavisnost vektora ubrzanja od vremena $\vec{a}(t)$;

(b3) [10] zavisnost tangencijalnog ubrzanja od vremena $a_t(t)$;

(b4) [10] zavisnost normalnog ubrzanja od vremena $a_n(t)$;

(b5) [10] zavisnost poluprečnika krivine trajektorije materijalne tačke od vremena $R(t)$.

2. (a) [30] (**Teorijsko pitanje**) Dati opšte formulacije i detaljno opisati postupke rešavanja direktnog i inverznog problema mehanike za kretanje materijalne tačke duž x -ose Dekartovog koordinatnog sistema.

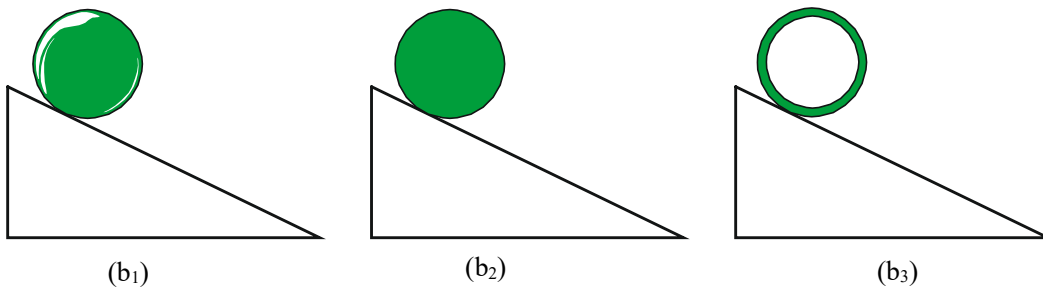
(b) [70] (**Zadatak**) Kugla mase m , koju smatramo materijalnom tačkom, kreće se u pravcu i smeru x -ose pod dejstvom samo otporne sile vazduha $\vec{F}_{ot} = -b\vec{v} - cv\vec{v}$, gde je \vec{v} vektor brzine kugle, $v = |\vec{v}|$, a b i c pozitivne konstante. Ako je intenzitet početne brzine kugle u vremenskom trenutku $t = 0$ jednak $v_0 = b/c$, odrediti zavisnost intenziteta brzine kugle od vremena $v(t)$.

Napomena: $\frac{1}{u^2+ku} = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{u} - \frac{1}{u+k} \right)$.

3. [100] Blok koji miruje na ravnoj horizontalnoj podlozi eksplodira i raspadne se bez gubitka ukupne mase na dva dela, levi i desni. Levi deo, mase $m_L = 2$ kg, kreće se ulevo po delu podloge gde je koeficijent dinamičkog trenja između ovog dela bloka i podloge $\mu_L = 0,4$ i pređe put $s_L = 20$ cm do zaustavljanja, dok se desni deo kreće po delu podloge gde je $\mu_D = 0,5$ i pređe $s_D = 25$ cm do zaustavljanja. Kolika je bila ukupna masa bloka (pre eksplozije)?

4. (a) [50] (**Teorijsko pitanje**.) Izvesti izraz za ukupnu kinetičku energiju krutog tela pri složenom ravanskom (komplanom) kretanju. Poznata je brzina centra mase tela v_{CM} , masa tela m , moment inercije tela u odnosu na osu kroz centar mase tela I_{CM} i ugaona brzina rotacije tela ω (oko ose kroz centar mase tela).

(b) [50] (**Zadatak**) Tri homogena tela (b_1) lopta, (b_2) valjak i (b_3) tanki obruč (videti sliku uz zadatak), puštena su iz stanja mirovanja sa iste visine $h+R$ na strmoj ravni ($h+R$ je visina na kojoj se nalazi centar mase svih tela u odnosu na referentnu horizontalnu podlogu, gde je R poluprečnik tela). Tela su istih poluprečnika, a različitih masa. Ako pri kretanju nema proklizavanja, izvesti opšti izraz za ugaonu brzinu rotacije tela (oko ose kroz centar mase svih tela) u podnožju strme ravni (kada je centar mase tela na visini R). Koje telo ima najveću ugaonu brzinu u podnožju strme ravni i koliko ona iznosi?



Slika uz zadatak 4.

5. Idealno elastična opruga zanemarljivo male mase okačena je o nepokretnu horizontalnu tavanicu. Za njen donji kraj zakači se malo telo koje smatramo materijalnom tačkom i drži se u položaju u kojem je opruga nedeformisana. Kada se telo pusti iz ovog početnog položaja, ono počne da osciluje tako da je najveća udaljenost od (ispod) početnog položaja 10 cm. Uzeti da je $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

(a) [15] Odrediti položaj tačke, u odnosu na početni, gde je rezultantna sila koja deluju na telo jednaka nuli i amplitudu oscilacija tela.

(b) [30] Odrediti period oscilacija tela.

(c) [15] Odrediti brzinu tela na rastojanju 5 cm ispod početnog položaja.

(d) [25] Ako se masa malog tela poveća za $\Delta m = 0,3 \text{ kg}$, period oscilacija se poveća 2 puta. Kolika je masa malog tela pre ovog povećanja?

(e) [15] Odrediti amplitudu oscilacija novog sistema (opisanog pod (d)).

6. (a) [40] (**Teorijsko pitanje**) Izvesti talasnu jednačinu za progresivni jednodimenzionalni talas koji se prostire duž z -ose. Talasna funkcija je $\Psi(z,t)$, a fazna brzina talasa je v_f .

(b) [60] (**Zadatak**) Zvučni talas se kreće kroz vazduh između tačaka A i B, pri čemu se temperatura vazduha T linearno menja u prostoru od T_A do T_B ($T_A < T_B$). Ako je fazna brzina talasa u vazduhu $v_f = \alpha\sqrt{T}$, gde je $\alpha = \text{const}$, odrediti vreme potrebno da talas pređe rastojanje L između tačaka A i B.

Opšte napomene:

1) Na vrhu korica vežbanke na sredini napisati **oznaku grupe i ime predmetnog nastavnika** kod koga ste zvanično raspoređeni da slušate predavanja:

J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3).

2) Ispit se polaže na dva načina: **(1) integralno ili (2) izradom II kolokvijuma.**

3) **Studenti koji rade samo drugi kolokvijum u gornjem levom uglu na koricama vežbanke treba da napišu K2 i rade zadatke 3-6 za vreme 3 h. Poželjno je DA U POLJA NA KORICAMA VEŽBANKE ispod brojeva 1 i 2 upišu K1, čime su se opredelili da im se priznaju bodovi sa I kolokvijuma.**

4) **Studenti koji polažu ispit integralno rade SVE ZADATKE (1-6) za vreme 3 h. Studentima koji nisu ništa napisali u gornjem levom uglu na koricama vežbanke ispit se pregleda kao integralni. Ukoliko je student radio integralni ispit, ne priznaje mu se parcijalno jedan deo!**

5) *Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati jasno označiti na koricama sveske (u odgovarajućoj rubrici) oznakom X.*

6) Na koricama vežbanke (u gornjem desnom uglu) treba napisati broj poena sa prijemnog ispita iz fizike (ako je rađen 2023. godine), u formi PR-ISP = ... poena. Ako nije rađen, napisati PR-ISP = NE. Ako znate da ste imali poene iz fizike na prijemnom, ali niste sigurni tačno koliko, napisati PR-ISP = ?. Ukoliko student ne stavi nikakvu oznaku za prijemni ispit, poeni sa prijemnog ispita mu se neće uzeti u obzir pri formiranju ocene.

7) *Dozvoljena je upotreba neprogramibilnih kalkulatora i grafitne olovke minimalne tvrdoće B2.*

8) **List sa tekstom zadataka poneti sa sobom. Ne ostavljati ga u vežbanci.**

9) Ispit se može napustiti po isteku **najmanje jednog sata** od početka ispita.

10) **Kompletan odgovor na teorijsko pitanje podrazumeva prikaz relevantne/ih skice/a, izvođenja i ispisivanje pratećeg teksta. Vektori moraju biti jasno obeleženi tako da se razlikuju od skalara.**

11) **Ako student nastavlja izradu zadatka, neophodno je da na mestu prekida izrade zadatka jasno naznači da nastavak postoji. Ukoliko se više zadataka (ili delova) radi na istoj strani, neophodno je rastaviti ih horizontalnom linijom preko cele širine stranice. Ne preskakati listove u vežbanci. Ukoliko se ostave prazne stranice između zadatka, a ne popune se do predaje vežbanke, precrtati ih.**

Fizika 1, ETF, Beograd
Avgustovski ispitni rok 2024. godine
Rešenja zadataka

1. (a) $\vec{v}(t) = \dot{\vec{r}} = ut\vec{e}_x + wt^2\vec{e}_y.$

(b) $\vec{a}(t) = \dot{\vec{v}} = u\vec{e}_x + 2wt\vec{e}_y.$

(c) $a_\tau(t) = (\vec{v} \cdot \vec{a})/|\vec{v}| = (u^2t + 2w^2t^3)/\sqrt{u^2t^2 + w^2t^4}.$

(d) $a_n(t) = \frac{|\vec{v} \times \vec{a}|}{|\vec{v}|} = uwt^2/\sqrt{u^2t^2 + w^2t^4}.$

(e) $R(t) = (u^2t^2 + w^2t^4)^{3/2}/(uwt^2).$

2. Rešavamo jednačinu

$$m\dot{v} = -bv - cv^2.$$

Uz poznat početni uslov $v(t=0) = v_0$ i $v_0 = \frac{b}{c}$, rešenje je

$$v(t) = v_0/(2e^{\frac{b}{m}t} - 1).$$

3. Ubrzanja (usporenja) blokova su $a_{L(D)} = -\mu_{L(D)}g$. Polazeći od $0 = v_{L(D)}^2 + 2a_{L(D)}s_{L(D)}$, blokovi pređu put $s_{L(D)}$, gde je $v_{L(D)}$ početna (nakon eksplozije) brzina levog (desnog) dela bloka. Odavde je $v_{L(D)} = \sqrt{2\mu_{L(D)}gs_{L(D)}}$. Na osnovu zakona održanja količine kretanja:

$$-m_L v_L + m_D v_D = 0 \Rightarrow \frac{m_D}{m_L} = \frac{v_L}{v_D} = \sqrt{\frac{\mu_L s_L}{\mu_D s_D}} = 0,8,$$

pa je $m_D = 0,8m_L = 1,6$ kg, a masa bloka pre eksplozije $m = m_L + m_D = 3,6$ kg.

4. (a) Videti predavanja školske 2023/24.

(b) Pri kotrljanju tela niz strmu ravan bez proklizavanja nema gubitaka energije usled trenja (sila trenja pri kotrljanju postoji u tački dodira, ali je brzina te tačke jednaka nuli pa je snaga gubitaka jednaka nuli). Zbog toga je zadatak moguće rešiti preko zakona o održanju energije. Potencijalna energija tela na vrhu strme ravni (za referentnu tačku na visini R iznad podnožja) jednaka je zbiru kinetičke energije rotacije oko centra mase i kinetičke energije translatornog kretanja centra mase

$$mgh = \frac{I_{CM}\omega^2}{2} + \frac{mv_{CM}^2}{2},$$

gde je I_{CM} moment inercije tela oko centra mase. Kako je $v_{CM} = \omega R$ dobija se

$$\omega = \left(\frac{2gh}{I_{CM}/m + R^2} \right)^{1/2}.$$

Iz jednačine (1) se može zaključiti da smanjenje vrednosti člana I_{CM}/m povećava ugaonu brzinu (ostale veličine su konstantne). Najveću ugaonu brzinu ima lopta koja ima minimalnu vrednost člana $I_{CM}/m = 2R^2/5$ i iznosi:

$$\omega_{\max} = \left(\frac{10gh}{7R^2} \right)^{1/2}.$$

5. (a) Za koordinatni sistem usmeren vertikalno naniže sa koordinatnim početkom na poziciji gde je opruga nedeformisana, uslov ravnoteže je

$$mg = kx_{st},$$

odakle je

$$x_{st} = \frac{mg}{k}.$$

Amplituda oscilacija oko ravnotežnog položaja se nalazi iz uslova $10 \text{ cm} = 2x_0 \Rightarrow x_0 = x_{st} = 5 \text{ cm}$. Odavde je

$$\frac{m}{k} = \frac{x_0}{g}.$$

(b) Period oscilacija je

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{x_0}{g}} \cong 0,45 \text{ s}.$$

(c) Iz zakona održanja mehaničke energije

$$0 = -mgx_0 + \frac{kx_0^2}{2} + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m}x_0} = \sqrt{gx_0} \cong 0,7 \text{ m/s}.$$

(d) Iz formule za period malih oscilacija tela promenjene mase:

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{m + \Delta m}{k}} = 2T,$$

sledi, $m + \Delta m = 4m$, te je $m = \frac{\Delta m}{3} = 0,1 \text{ kg}$.

(e) Nova amplituda je $x'_{st} = x'_0 = \frac{4m}{k} = 20 \text{ cm}$.

6. (a) Videti predavanja školske 2023/24.

(b) Prema uslovu u zadatku temperatura na nekom rastojanju x između tačaka A i B se može napisati u obliku (promena temperature je linearna)

$$T = T_A + (T_B - T_A)x / L \quad (1)$$

Brzina talasa je

$$dx / dt = \alpha \sqrt{T}. \quad (2)$$

Integracijom (2) sledi

$$\int_0^L \frac{dx}{\sqrt{T(x)}} = \alpha \int_0^{\tau_{AB}} dt, \rightarrow \tau_{AB} = \frac{2L}{\alpha(\sqrt{T_A} + \sqrt{T_B})}.$$

Beograd, 1.9.2024.

Predmetni nastavnici

J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3)