ISPIT IZ FIZIKE 1

Avgustovski ispitni rok ETF, Beograd, 02.09.2021.

1. [100] Tačka počinje da se kreće (iz mirovanja) iz koordinatnog početka pravolinijski ravnomerno ubrzano za vreme τ_1. Zatim istim intenzitetom ubrzanja nastavlja da se kreće usporeno. Nakon koliko vremena od početka kretanja će tačka da se vrati u početni položaj?

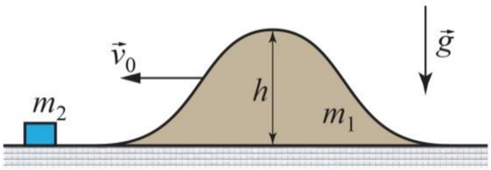
2. Čamac mase m sa motornim pogonom se kreće po pravolinijskoj putanji ka obali brzinom intenziteta v_0. Da bi zaustavio čamac čamdžija uključi motor sa pogonom unazad tako da na čamac počne da deluje konstantna horizontalna sila intenziteta F_k suprotna vektoru njegove brzine. Ako na čamac pri kretanju deluje i sila otpora sredine proporcionalna brzini čamca $\vec{F}_{otp} = -b\vec{v}$, gde je faktor proporcionalnosti $b > 0$, odrediti:

(a) [70] vreme potrebno da se čamac zaustavi;

(b) [30] iz rešenja pod (a) izvesti izraz za vreme zaustavljanja čamca ako je sila otpora u svakom trenutku zanemarljiva u odnosu na silu motora, tj. $b \to 0$.

---

3. [100] Telo mase m_1 oblika brdašca visine h, koje na obodu postepeno prelazi u ravan, može da se kreće bez trenja po horizontalnoj podlozi (videti sliku). Brdašce se gurne brzinom intenziteta v_0 ka bloku m_2 koji leži nepomičan na podlozi i može da se kreće po podlozi i brdašcu bez trenja. Kolika je minimalna vrednost v_0 da bi blok m_2 prešao preko brda (dostigao maksimalnu visinu i skliznuo sa "druge strane"). Ubrzanje Zemljine teže je g.



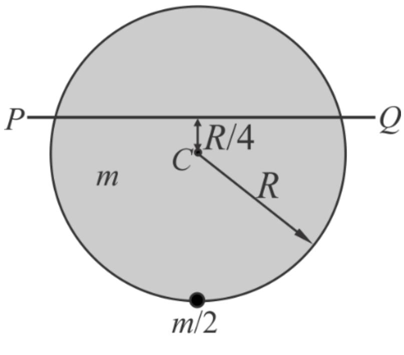
Slika uz zadatak 3.

Napomena: Smatrati da je blok m_2 materijalna tačka. Brdašce je kruto telo, ima idealno glatku gornju i donju površinu i aksijalno je simetrično u odnosu na osu normalnu na podlogu koja prolazi kroz njegov vrh. Brzina $\vec{v}_0$ je paralelna podlozi i leži u ravni u kojoj se nalazi $\vec{g}$ i centri mase tela m_1 i m_2.

4. [100] Homogeni disk može slobodno da rotira oko nepokretne ose koja prolazi kroz njegov centar i normalna je na bazis diska. Na disk deluje moment sile $M(\theta) = a\theta + b$, gde su a i b pozitivne realne konstante, a θ ugaoni pomeraj. Ako je masa diska m, a poluprečnik R, izvesti izraz za ugaonu brzinu u funkciji ugaonog pomeraja $\omega = \omega(\theta)$. U početnom položaju $\theta = 0$ disk je bio u stanju mirovanja.

5. (a) (***Teorijsko pitanje***) [40] Izvesti izraz za period oscilovanja matematičkog klatna.

(b) (***Zadatak***) [60] Mehanički sistem se sastoji od homogenog tankog diska poluprečnika R i mase m i malog tela mase $m/2$ koje je čvrsto zakačeno za obod diska. U položaju stabilne ravnoteže sistema prikazanom na slici, disk je postavljen vertikalno, malo telo je na najmanjoj visini iznad površi Zemlje, vertikalno ispod centra diska C, a sistem miruje. Sistem može da rotira oko nepokretne horizontalne ose PQ, koja je u ravni diska, na rastojanju $R/4$ od tačke C. Ubrzanje Zemljine teže je g.



Slika uz zadatak 5.

Ako se sistem izvede iz položaja stabilne ravnoteže, izračunati period malih oscilacija ovog sistema.

6. (a) (***Teorijsko pitanje***) [50] Izvesti izraz za faznu brzinu longitudinalnog talasa koji se prostire u tankom homogenom štapu gustine ρ i Jangovog modula elastičnosti E_y.

(***Zadatak***) Longitudinalni harmonijski talas prostire se bez gubitaka u tankom homogenom štapu od bakra gustine $\rho = 8960\ \mathrm{kg/m^3}$ i Jangovog modula elastičnosti $E_y = 1{,}17 \cdot 10^{11}\ \mathrm{N/m^2}$. Amplituda talasa je $\psi_0 = 1\ \mu\mathrm{m}$, a frekvencija $f = 10^4$ Hz. Za ovaj talas odrediti:
(b) [10] faznu brzinu;
(c) [20] maksimalnu brzinu delića štapa;
(d) [20] maksimalno ubrzanje delića štapa.

Opšte napomene:

1) *Na vrhu naslovne strane vežbanke napisati* ***oznaku grupe*** *i* ***ime predmetnog nastavnika*** *kod koga ste zvanično raspoređeni da slušate predavanja:*

J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3).

2) **Studenti trebaju da u gornjem levom uglu vežbanke zabeleže da li rade drugi deo (K2) ili integralni ispit (INT).**
3) **Studenti koji rade samo drugi kolokvijum u gornjem levom uglu na koricama vežbanke treba da napišu K2 i rade ZADATKE 3-6 za vreme 3 h. U kućice ispod brojeva zadataka 1 i 2 da upiše K1 (kako bi im se računali poeni sa prvog kolokvijuma).**
4) **Studenti koji polažu integralni ispit rade SVE ZADATKE (1-6) za vreme 3 h. Studentima koji nisu ništa napisali u gornjem levom uglu na koricama vežbanke ispit se pregleda kao integralni. Ukoliko je student radio integralni ispit, ne priznaje mu se parcijalno prvi ili drugi deo!**
5) *Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati jasno označiti na koricama sveske (u odgovarajućoj rubrici) oznakom X.*
6) Na koricama vežbanke (u gornjem desnom uglu) treba napisati broj poena sa prijemnog ispita iz fizike (ako je rađen 2020. godine), u formi PR-ISP = ... poena. Ako nije rađen, napisati PR-ISP = NE. Ako znate da ste imali poene iz fizike na prijemnom, ali niste sigurni tačno koliko, napisati PR-ISP = ? Ukoliko student ne stavi nikakvu oznaku za prijemni ispit, poeni sa prijemnog ispita mu se neće uzeti u obzir.
7) *Dozvoljena je upotreba neprogramibilnih kalkulatora i grafitne olovke.*
8) **List sa tekstom zadataka poneti sa sobom, ne ostavljati list u vežbanci.**
9) Ispit se može napustiti po isteku **najmanje jednog sata** od početka ispita.

Rešenja zadataka, Fizika 1, ETF, Beograd
Avgustovski ispitni rok 2021.

1. Nakon vremena τ_1 od početka kretanja:

$$v(\tau_1) = v_1 = a\tau_1, \tag{1}$$

$$x(\tau_1) = s_1 = \frac{a\tau_1^2}{2}, \tag{2}$$

gde je a ubrzanje tačke.
Jednačine kretanja tačke u trenutku vremena t', koje se računa od promene ubrzanja, su:

$$v(t') = v_1 - at', \tag{3}$$

$$x(t') = s_1 + v_1 t' - \frac{at'^2}{2}. \tag{4}$$

U trenutku $t' = \tau_2$ tačka se vratila u koordinatni početak:

$$x(\tau_2) = 0 = s_1 + v_1\tau_2 - \frac{a\tau_2^2}{2} = \frac{a\tau_1^2}{2} + a\tau_1\tau_2 - \frac{a\tau_2^2}{2}, \tag{5}$$

odakle se dobija kvadratna jednačina

$$\tau_2^2 - 2\tau_1\tau_2 - \tau_1^2 = 0. \tag{6}$$

Fizički realno je pozitivno rešenje $\tau_2 = \left(1 + \sqrt{2}\right)\tau_1$, pa je ukupno vreme:

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = \left(2 + \sqrt{2}\right)\tau_1.$$

2. (a) Prema Newton-ovom zakonu se dobija jednačina kretanja

$$m\frac{dv_x}{dt} = -F_k - bv_x. \tag{1}$$

Posle preuređenja, integracijom jednačine (1) se, uz korišćenje početnih uslova, dobija

$$\int_{v_0}^{0} \frac{d(F_k + bv_x)}{F_k + bv_x} = -\frac{b}{m}\int_0^{\tau} dt \Rightarrow \tau = \frac{m}{b}\ln\frac{F_k + bv_0}{F_k}. \tag{2}$$

(b) Ako je $b \to 0$ primenom limesa na izraz (2) (L'Hôpital-ovo pravilo) lako se dobija

$$\tau(b \to 0) = \frac{mv_0}{F_k}. \tag{3}$$

3. Kako u horizontalnoj ravni ne postoje spoljašnje sile, u ovoj ravni važi zakon održanja količine kretanja. Ako posmatramo početni trenutak ($\vec{v}_0$ je paralelno horizontalnoj ravni) i trenutak kada je m_2 na vrhu brda (vektori brzine brdašca $\vec{v}_1$ i bloka $\vec{v}_2$ su paralelni ravni podloge):

$$m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2. \tag{1}$$

Primenom zakona održanja ukupne mehaničke energije (referentni nivo potencijalne energije je u nivou podloge):

$$\frac{1}{2}m_1 v_0^2 = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 + m_2 g h. \tag{2}$$

Ukoliko je $v_1 = v_2$, blok će ostati na vrhu brda i oba će nastaviti da se kreću istom brzinom. Ukoliko je $v_2 < v_1$, blok će skliznuti sa “druge strane” brda. Za posmatrani uslov iz (1) sledi:

$$v_2 = \frac{m_1}{m_2}(v_0 - v_1) < v_1, \tag{3}$$

odakle je

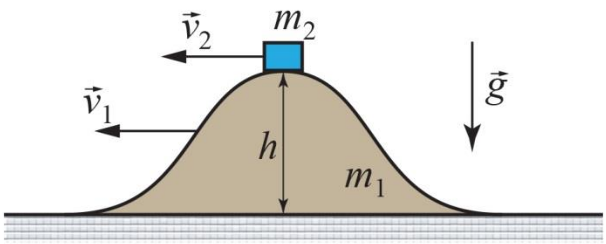
$$v_1 > \frac{m_1}{m_1 + m_2}v_0. \tag{4}$$

Rešavanjem sistema jednačina (1)-(2) i koristeći se uslovom (4) dobija se:

$$v_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}v_0 \pm \sqrt{\frac{m_2^2}{(m_1 + m_2)^2}v_0^2 - 2gh\frac{m_2^2}{m_1(m_1 + m_2)}} > \frac{m_1}{m_1 + m_2}v_0, \tag{5}$$

gde rešenje sa “ – ” odbacujemo kao fizički nerealno. Izraz (5) daje fizički ralno rešenje ako je veličina pod korenom veća od 0, što daje uslov:

$$v_0 > \sqrt{2gh\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}. \tag{6}$$



4. Prema momentnoj jednačini:

$$M = I\frac{d\omega}{dt}, \tag{1}$$

gde je $I = mR^2/2$. Zamenom $d\omega/dt = \omega(d\omega/d\theta)$ u (1) sledi diferencijalna jednačina

$$\omega\frac{d\omega}{d\theta} = \frac{a\theta + b}{I}. \tag{2}$$

Integracijom (2), uz korišćenje početnih uslova, sledi

$$\int_0^\omega \omega d\omega = \frac{a}{I}\int_0^\omega \theta d\theta + \frac{b}{I}\int_0^\omega d\theta. \tag{3}$$

Iz (3) sledi

$$\omega = \sqrt{\frac{a\theta^2 + 2b\theta}{I}} = \sqrt{\frac{2a\theta^2 + 4b\theta}{mR^2}}. \tag{4}$$

5. (a) Videti predavanja i skripta.

(b) U stanju stabilne ravnoteže centar mase je $s = \frac{\left(\frac{mR}{4} + \frac{m}{2}\cdot\frac{5R}{4}\right)}{\frac{3m}{2}} = \frac{7}{12}R$ ispod PQ ose. Moment inercije sistema jednak je zbiru momenata inercije malog tela i diska. Moment inercije tela u odnosu na osu PQ je:

$$I_{telo} = \frac{m}{2}\left(\frac{5R}{4}\right)^2 = \frac{25}{32}mR^2. \tag{1}$$

Moment inercije diska u odnosu na osu PQ je:

$$I_{disk} = \frac{mR^2}{4} + m\left(\frac{R}{4}\right)^2 = \frac{5}{16}mR^2. \tag{2}$$

Prema tome, moment inercije sistema je:

$$I = \frac{35}{32}mR^2. \tag{3}$$

Period malih oscilacija je:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{5R}{4g}}. \tag{4}$$

6. (a) Videti predavanja i skripta.

(b) Fazna brzina je:

$$c = \sqrt{\frac{E_y}{\rho}} = 3614\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}. \tag{1}$$

(c) Talasna funkcija je:

$$\psi(x,t) = \psi_0 \sin(\omega t - kx). \tag{2}$$

Brzina delića štapa je:

$$v(x,t) = \frac{\partial \psi}{\partial t} = \psi_0 \omega \cos(\omega t - kx). \tag{3}$$

Maksimalna brzina delića štapa je:

$$v_{max} = \omega \psi_0. \tag{4}$$

Kružna učestanost talasa jednaka je $\omega = 2\pi \cdot 10^4$ rad/s. Numerička vrednost maksimalne brzine delića štapa je:

$$v_{max} = 0{,}0628 \text{ m/s}.$$

(d) Ubrzanje delića štapa je:

$$a(x,t) = \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \psi_0 \omega^2 \sin(\omega t - kx + \pi). \tag{5}$$

Maksimalno ubrzanje delića štapa je:

$$a_{max} = \omega^2 \psi_0 = 3948 \text{ m/s}^2.$$