ISPIT IZ FIZIKE 1

Avgustovski ispitni rok

(Ispit traje 3 sata) ETF, Beograd, 29.08.2019.

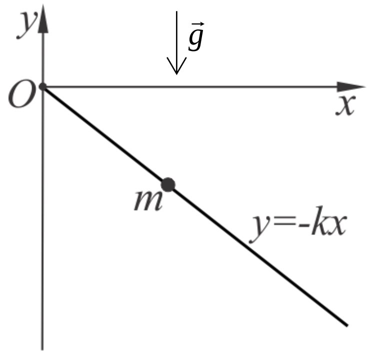
1. (a) [30] (*Teorijsko pitanje.*) Definisati sektorsku brzinu i izvesti izraz za vektor sektorske brzine u Dekartovom koordinatnom sistemu.

(b) [70] Za materijalnu tačku, koja se u početnom trenutku $t = 0$ nalazi u koordinatnom početku, poznat je vektor ubrzanja $\vec{a} = a_0 \vec{e}_x$ i početna brzina $\vec{v}_0(t = 0) = v_0 \cos 120° \, \vec{e}_x + v_0 \sin 120° \, \vec{e}_y$, gde su intenziteti početne brzine v_0 i ubrzanja a_0 poznate konstante. Odrediti minimalnu vrednost poluprečnika krivine trajektorije.

2. (a) [30] (*Teorijsko pitanje.*) Formulisati i dokazati teoremu o promeni količine kretanja materijalne tačke u integralnom obliku.

(b) [50] Perla mase m klizi niz glatku žicu koja je nagnuta u odnosu na horizontalu (x osa), kao na slici. Jednačina kretanja perle u prikazanom Dekartovom koordinatnom sistemu je $y = -kx, k > 0$. Za poznatu konstantu k i ubrzanje Zemljine teže g odrediti projekcije vektora ubrzanja na Dekartove koordinatne ose, a_x i a_y.

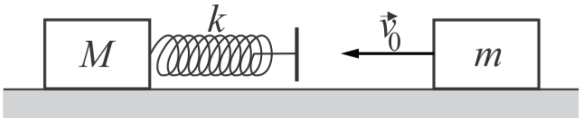
(c) [20] Koliko je normalno, a koliko tangencijalno ubrzanje perle čije se kretanje analizira pod (b).



Slika uz zadatak 2.

---

3. (a) (*Teorijsko pitanje.*) [40] Definisati konzervativne sile, potencijalnu energiju i pokazati da za konzervativne sile važi zakon o održanju mehaničke energije.

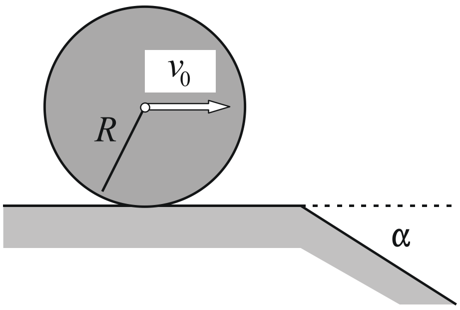


Slika uz zadatak 3.

(b) [40] Telo mase m, koje se kreće po idealno glatkoj horizontalnoj podlozi brzinom intenziteta v_0, udari o laku elastičnu nenapregnutu oprugu koeficijenta krutosti k. Opruga je čvrsto vezana za drugo telo mase $M > m$ koje miruje (videti sliku uz zadatak). Ako se tela kreću stalno duž istog horizontalnog pravca, odrediti maksimalno sabijanje opruge x_0.

(c) [20] Odrediti intenzitete brzina tela m i M posle prikazanog sudara (kada se telo mase m odvoji od opruge), v_m i v_M, respektivno.

4. [100] Homogeni valjak poluprečnika $R = 15$ cm se kotrlja bez proklizavanja po horizontalnoj podlozi brzinom intenziteta v_0, kao na slici uz zadatak. Na jednom mestu valjak nailazi na oštru ivicu strme ravni koja je nagnuta pod uglom od $\alpha = 30°$ u odnosu na horizontalnu ravan. Izračunati maksimalnu brzinu v_0 tako da valjak bez odvajanja od podloge (ne odskoči) nastavi da se kreće duž strme ravni. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



Slika uz zadatak 4.

5. [100] Homogena lopta poluprečnika $R = 15\,\mathrm{cm}$ pliva u vodi uronjena do polovine svog prečnika. Ako se lopta blagim pritiskom dodatno potopi u vodu i pusti, ona počne da osciluje. Zanemarujući silu otpora i viskozne sile trenja izračunati period malih oscilacija lopte.

Napomena: Sila potiska je intenziteta $|\vec{F}_p| = \rho_v V g$ i deluje vertikalno naviše. Ovde je ρ_v gustina vode, V zapremina potopljenog dela lopte i gravitaciono ubrzanje $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

6. (*Teorijsko pitanje.*) (a) [20] Navesti talasnu funkciju progresivnog, harmonijskog, ravanskog talasa i detaljno objasniti sve članove koji se u njoj pojavljuju.

(b) [30] (*Teorijsko pitanje.*) Izvesti izraz za brzinu longitudinalnih talasa duž zategnute žice.

(c) [30] (*Teorijsko pitanje.*) Izvesti izraz za brzinu transverzalnih talasa duž zategnute žice.

(d) [20] Naći odnos brzina longitudinalnog v_L i transverzalnog v_T talasa koji se prostiru duž žice, ukoliko sila zatezanja žice dovodi do linearne deformacije dužine žice ε_r.

Za žicu su dati: površina poprečnog preseka S, gustina ρ i moduo elastičnosti materijala E_Y (vrednosti S, ρ i E_Y su konstantne). Žica je zategnuta konstantnom silom intenziteta F.

Opšte napomene:

1) *Na vrhu naslovne strane vežbanke napisati* ***oznaku grupe*** *i* ***ime predmetnog nastavnika*** *kod koga ste zvanično raspoređeni da slušate predavanja:*
J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3).
2) **Studenti koji su zadovoljni poenima ostvarenim na kolokvijumu u tekućoj školskoj godini rade ZADATKE 3-6 za vreme 3 h. Na naslovnoj strani vežbanke, u polju rednih brojeva 1 i 2, treba da upišu oznaku *K*1 da bi poeni ostvareni na kolokvijumu bili priznati.**
3) **Studenti koji nisu radili kolokvijum ili koji nisu zadovoljni poenima ostvarenim na kolokvijumu u tekućoj školskoj godini rade SVE ZADATKE (1-6) za vreme 3 h.**
4) *Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati jasno označiti na koricama sveske (u odgovarajućoj rubrici) oznakom X.*
5) Na koricama vežbanke (u gornjem desnom uglu) treba napisati broj poena sa prijemnog ispita iz fizike (ako je rađen 2018. godine), u formi PR-ISP = ... poena. Ako nije rađen, napisati PR-ISP = NE. Ako znate da ste imali poene iz fizike na prijemnom, ali niste sigurni tačno koliko, napisati PR-ISP = ?
6) *Dozvoljena je upotreba neprogramibilnih kalkulatora i grafitne olovke.*
7) **List sa tekstom zadataka poneti sa sobom, ne ostavljati list u vežbanci.**
8) Ispit se može napustiti po isteku **najmanje jednog sata** od početka ispita.

Rešenja zadataka, Fizika 1, ETF, Beograd
avgustovski ispitni rok 2019.

1. (a) Videti predavanja i skripta.

(b) Zadatak se najlakše može rešiti ako se izvrši rotacija koordinatnog sistema za 90° u smeru suprotnom od kazaljke na satu. Tada problem postaje ekvivalentan kosom hicu ispaljenom iz koordinatnog početka pod uglom od $\alpha = 120° - 90° = 30°$, gde je $|\vec{g}| \leftrightarrow |\vec{a}_0|$. Kod kosog hica poluprečnik krivine je najmanji u najvišoj tački putanje i iznosi

$$R_{\min} = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{g} = \frac{3v_0^2}{4a_0}.$$

2. (a) Videti predavanja i skripta.

(b) Jednačine kretanja perle duž žice su:

$$m\ddot{x} = N \sin\theta,$$
$$m\ddot{y} = N \cos\theta - mg.$$

Koristeći

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2\theta}},$$
$$\sin\theta = \frac{\tan\theta}{\sqrt{1 + \tan^2\theta}},$$

i

$$\ddot{y} = -k\ddot{x}$$

dobijamo:

$$-mk\ddot{x} = \frac{m}{k}\ddot{x} - mg.$$

Odavde sledi:

$$a_x = \left(\frac{k}{k^2 + 1}\right) g,$$
$$a_y = -\left(\frac{k^2}{k^2 + 1}\right) g.$$

(c) Kretanje je pravolinijsko, pa je normalno ubrzanje

$$a_n = 0,$$

a tangencijalno ubrzanje:

$$a_\tau = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \frac{kg}{\sqrt{k^2 + 1}}.$$

3. (a) Videti predavanja i skripta.

(b) Pri maksimalnom sabijanju opruge x_0 oba tela imaju istu brzinu. Ako označimo ovu brzinu sa v, prema zakonu o održanju impulsa, sledi:

$$mv_0 = (m + M)v.$$

Jednačina prema zakonu o održanju mehaničke energije za analizirani sudar ima oblik:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{(m + M)v^2}{2} + \frac{kx_0^2}{2}.$$

Zamenom izraza za v iz prve u drugu jednačinu dobija se:

$$x_0 = \sqrt{\frac{\mu}{k}} v_0,$$

gde je $\mu = mM/(m + M)$ redukovana masa.

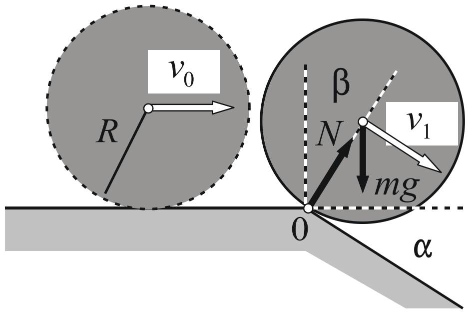
(c) Ukupna mehanička energija oba tela pre i posle odvajanja tela mase m od opruge jednaka je samo njihovoj kinetičkoj energiji, tako da zakon o održanju mehaničke energije ima isti oblik kao za slučaj direktnog čeonog elastičnog sudara dva tela (videti predavanja i skripta). Pored toga, oblik zakona o održanju impulsa je isti kao za slučaj bez opruge (videti predavanja i skripta). Intenziteti brzina su:

$$v_m = \frac{M-m}{M+m} v_0,$$

$$v_M = \frac{2m}{M+m} v_0.$$

Telo mase m posle sudara kreće se suprotno od smera njegovog kretanja pre sudara i smera kretanja tela mase M posle sudara.

4. Pošto se homogeni valjak kotrlja bez proklizavanja on u svakom momentu rotira oko ose trenutnog pola (to je osa dodira valjka i podloge). Valjak se u jednom trenutku nađe u položaju na oštroj ivici horizontalne i strme ravni, kao na slici uz rešenje zadatka. Osa trenutnog pola prolazi kroz tačku 0, a reakcija podloge N prolazi kroz centar valjka i deluje pod uglom $\beta \le \alpha$ u odnosu na vertikalnu osu. Jednačina kretanja valjka duž pravca reakcije podloge N je



Slika uz rešenje zadatka 4.

$$\frac{mv_1^2}{R} + N = mg\cos\beta \;\Rightarrow\; v_1^2 = gR\cos\beta - \frac{NR}{m}, \qquad (1)$$

gde je $v_1 = v_1(\beta)$ brzina centra (mase) valjka. Pošto nema gubitaka, ukupna energija valjka je ista u oba prikazana položaja (videti sliku), odakle sledi

$$\frac{1}{2} I_0 \frac{v_0^2}{R^2} + mgR = \frac{1}{2} I_0 \frac{v_1^2}{R^2} + mgR\cos\beta, \qquad (2)$$

gde je moment inercije valjka oko trenutnog pola 0:

$$I_0 = \frac{3}{2} mR^2, \qquad (3)$$

Iz (2) i (3) sledi

$$v_1^2 = v_0^2 + \frac{4gR}{3}(1-\cos\beta). \qquad (4)$$

Iz (1) i (4) dobija se da je sila reakcije podloge, koja mora da zadovoljava uslov $N \ge 0$:

$$N = \frac{mg}{3}(7\cos\beta - 4) - \frac{mv_0^2}{R} \ge 0. \qquad (5)$$

Kako N opada sa porastom ugla β, do odvajanja neće doći ukoliko je za minimalnu vrednost N (kada je $\beta = \alpha$) ispunjen uslov (5), odakle se dobija nejednakost

$$v_0^2 \le \frac{gR}{3}(7\cos\alpha - 4), \qquad (6)$$

pa je maksimalna dozvoljena vrednost brzine v_0:

$$v_0^{\max} = \sqrt{\frac{gR}{3}(7\cos\alpha - 4)} = 1\,\text{m/s}.$$

Napomena: do ovog izraza se može doći i razmatranjem kretanja valjka u odnosu na sistem centra mase.

5. Kada se centar lopte, koji je u nivou površine vode (u koordinatnom početku), delovanjem male spoljašnje sile potopi u vodu na dubinu određenu koordinatom x (koja je mala veličina po apsolutnoj vrednosti), dodatna sila potiska ΔF_p je proporcionalna zapremini diska poluprečnika R i visine $|x|$

$$\Delta F_p = -\pi R^2 \rho_v g x, \tag{1}$$

gde je ρ_v gustina vode. Rezultantna spoljašnja sila na loptu, koja je data jednačinom (1), je prema drugom Newtonovom zakonu jednaka

$$\Delta F_p = m\frac{d^2x}{dt^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\pi R^2 \rho_v g}{m} x = 0, \tag{2}$$

gde je m masa lopte. U ravnotežnom stanju polovina lopte je ispod površi vode, pa je sila potiska $F_{p0} = 2\pi R^3 \rho_v g / 3$ jednaka težini lopte

$$\frac{2}{3}\pi R^3 \rho_v g = mg \quad \Rightarrow \quad m = \frac{2}{3}\pi R^3 \rho_v. \tag{3}$$

Iz (2) i (3) sledi

$$\omega_0^2 = \frac{3g}{2R} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{3g}} = 0{,}63\,\text{s}. \tag{4}$$

6. (a), (b) i (c) Videti predavanja i skripta.

(d) Ako je žica dužine L i mase m zategnuta silom F, brzina transverzalnih talasa je:

$$v_T = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{S\rho}},$$

gde je podužna masa žice $\mu = m/L = S\rho$.

Primenom Hookeovog zakona na izraz za brzinu longitudinalnih talasa dobija se:

$$v_L = \sqrt{\frac{E_Y}{\rho}} = \sqrt{\frac{\sigma/\varepsilon_r}{\rho}} = \sqrt{\frac{F}{S\rho\varepsilon_r}} = \frac{v_T}{\sqrt{\varepsilon_r}}.$$

Traženi odnos brzina talasa je:

$$\frac{v_L}{v_T} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}}.$$

Predmetni nastavnici