ISPIT IZ FIZIKE 1

Februarski ispitni rok

(Ispit traje 3 sata) ETF, Beograd, 21.02.2022.

1. (a) [30] **(*Teorijsko pitanje.*)** Detaljno izvesti izraz za vektor sektorske brzine čestice. Potom izvesti izraze za vektor sektorske brzine čestice koja se kreće u *xOy* ravni u: (I) Dekartovom koordinatnom sistemu, (II) polarnom koordinatnom sistemu.

(b) Čestica se kreće u *xOy* ravni tako da je intenzitet vektora sektorske brzine jednak nuli, $v_s = 0\ \mathrm{m^2/s}$, a radijalna projekcija vektora brzine čestice u polarnom koordinatnom sistemu u funkciji vremena t opisana je funkcijom $v_\rho(t) = kt^3$, gde je $k = const > 0$. Polarna osa se poklapa sa x osom i poznate su vrednosti polarnih koordinata u početnom trenutku $t = t_0 = 0$ s: $\rho(t_0) = 0$ m i $\varphi(t_0) = \pi/6$ rad. Odrediti:

(b1) [30] parametarske jednačine kretanja u polarnom koordinatnom sistemu $\rho(t)$ i $\varphi(t)$ i skicirati trajektoriju;

(b2) [20] projekcije vektora brzine na ose Dekartovog koordinatnog sistema $v_x(t)$ i $v_y(t)$.

(b3) [20] Ako je u vremenskom trenutku $t_1 = 1$ s intenzitet brzine jednak $v_1 = 1$ m/s, odrediti put koji čestica pređe od vremenskog trenutka $t = t_0$ do vremenskog trenutka $t = t_1$.

2. (a) [40] **(*Teorijsko pitanje.*)** Detaljno izvesti izraz za vektor ubrzanja materijalne tačke u prirodnom koordinatnom sistemu. Poznata je trajektorija materijalne tačke i zavisnost algebarske vrednosti intenziteta brzine od vremena $v(t)$.

(b) Čestica mase m kreće se po kružnici poluprečnika R. Tangencijalna komponenta rezultujuće sile na česticu je $\vec{F}_\tau = m(f - kv)\vec{e}_\tau$, gde je $\vec{e}_\tau$ jedinični vektor tangente u prirodnom koordinatnom sistemu, f i k su pozitivne konstante, a v je algebarska vrednost intenziteta brzine. Ako je $f - kv > 0$ u svakom vremenskom trenutku tokom kretanja čestice, a čestica započinje kretanje iz stanja mirovanja u vremenskom trenutku $t = t_0 = 0$ s,

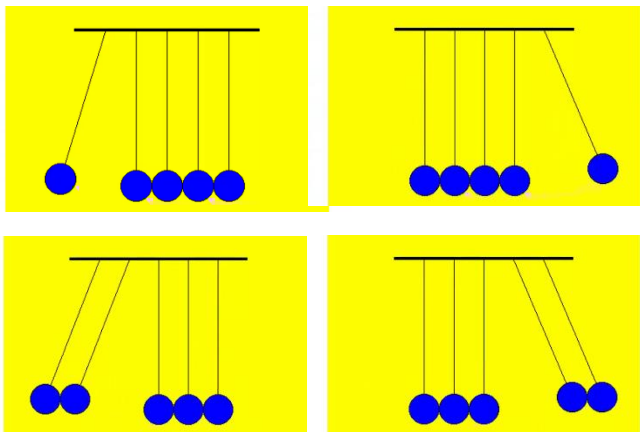
(b1) [40] odrediti $v(t)$.

(b2) [20] Ako je u vremenskom trenutku $t = t_1$=1 s tangencijalno ubrzanje jednako normalnom ubrzanju, za $f = 1\ \mathrm{m/s^2}$ i k=1 1/s, odrediti vrednost R.

---

3. (a) [50] **(*Teorijsko pitanje.*)** Čeoni elastični sudar projektila i mete koja miruje. Odrediti količnik masa mete i projektila za koji je relativni gubitak kinetičke energije projektila u ovom sudaru maksimalan.

(b) [50] Na slici uz zadatak je prikazana Njutnova ljuljaška koja se sastoji od nekoliko čeličnih kuglica (na slici je prikazano pet kuglica, a njihov broj inače nije ograničen) koje su okačene o plafon sa lakim, neistegljivim kanapima tako da vise vertikalno i dodiruju se. Ako se napravi otklon jedne kuglice ulevo (slika gore levo), posle sudara sa ostalim kuglicama odbiće se poslednja kuglica udesno (slika gore desno). Ako se napravi otklon dve kuglice ulevo (slika dole levo), posle sudara odbiće se dve poslednje kuglice udesno (slika dole desno) itd.



Slika uz zadatak 3.

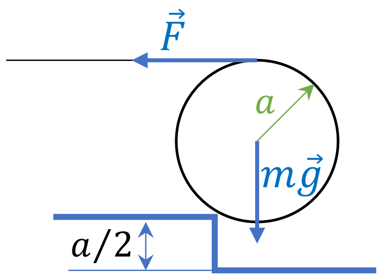
Dokazati da je broj kuglica koje se odbijaju jednak broju kuglica koje se iz otklona sudaraju sa ostalim kuglicama. Sve kuglice su iste mase i sudari su elastični.

4. Homogeni valjak mase $m = 100\,\text{kg}$ se lagano i bez proklizavanja spušta niz stepenik pomoću užeta koje je namotano po njegovom obimu (videti sliku uz zadatak). Pri spuštanju uže je stalno u horizontalnom položaju, a poluprečnik valjka i visina stepenika su a i $a/2$, respektivno.

Odrediti:

(a) [50] maksimalnu silu F u užetu koja se javlja tokom spuštanja valjka ($g = 10\,\text{m/s}^2$);

(b) [50] minimalni koeficijent trenja u tački kontakta stepenika i valjka da ne bi došlo do proklizavanja.



Slika uz zadatak 4.

5. [100] Teg mase $M = 0{,}5\,\text{kg}$ zakačen je za donji (niži) kraj vertikalno postavljene opruge. Masa opruge se može zanemariti, a krutost opruge je $k = 50{,}2\ \text{N/m}$. Telo miruje na opruzi u trenutku kada ga pogodi metak mase $m = 2\,\text{g}$ i brzine $v_m = 400\ \text{m/s}$. Metak se kreće vertikalno naviše duž pravca opruge i pri sudaru se trenutno spoji sa tegom. Odrediti jednačinu kretanja sistema nakon udarca metka. Poznato je $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$.

6. (a) [40] **(*Teorijsko pitanje.*)** Data je veoma dugačka šipka površine poprečnog preseka S, napravljena od materijala gustine ρ i Jangovog modula elastičnosti E_Y. Izvesti izraz za brzinu longitudinalnih talasa u šipci (talasa koji se prostire duž šipke).
(b) [60] Data je šipka dužine $L = 10\ \text{m}$ od materijala Jangovog modula elastičnosti $E_Y = 4 \cdot 10^{10}\ \text{N/m}^2$ i gustine koja se menja duž ose šipke $\rho(x) = \rho_0(1 + \alpha x)$, gde je $\rho_0 = 2400\ \text{kg/m}^3$, $\alpha = 0{,}02\ \text{m}^{-1}$ i $x \in [0, L]$. Longitudinalni talasni impuls generiše se kratkotrajnim udarcem u smeru referentne ose u levi kraj šipke. Odrediti vreme potrebno da se impuls „vrati" do levog kraja šipke. Smatrati da je dužina impulsa mnogo manja od dužine šipke.

Napomena: U sklopu odgovora na teorijsko pitanje nacrtati sliku i na njoj naznačiti relevantne veličine koje se koriste u izvođenju!

Opšte napomene:

1) *Na vrhu naslovne strane vežbanke napisati* ***oznaku grupe*** *i* ***ime predmetnog nastavnika*** *kod koga ste zvanično raspoređeni da slušate predavanja:*

J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3).

2) **Studenti trebaju da u gornjem levom uglu vežbanke zabeleže šta rade. Ukoliko rade samo prvi kolokvijum u gornjem levom uglu na koricama vežbanke treba da napišu K1 i za njih ispit traje 2 sata. Dežurni nastavnik će obavestiti studente da predaju vežbanke nakon predviđenog vremena. Ukoliko student ne preda vežbanku, pri pregledanju će mu se računati kao da je radio integralni ispit.**

3) **Studenti koji su radili K1 u januarskom roku i rade samo drugi kolokvijum u gornjem levom uglu na koricama vežbanke treba da napišu K2 i u kućice ispod brojeva zadataka 1 i 2 da upiše K1. U tom slučaju rade ZADATKE 3-6 za vreme 3 h.**

4) **Studenti koji polažu integralni ispit rade SVE ZADATKE (1-6) za vreme 3 h. Studentima koji nisu ništa napisali u gornjem levom uglu na koricama vežbanke ispit se pregleda kao integralni. Ukoliko je student radio integralni ispit, ne može mu se parcijalno priznati prvi ili drugi deo!**

5) *Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati jasno označiti na koricama sveske (u odgovarajućoj rubrici) oznakom X.*

6) Na koricama vežbanke (u gornjem desnom uglu) treba napisati broj poena sa prijemnog ispita iz fizike (ako je rađen 2021. godine), u formi PR-ISP = ... poena. Ako nije rađen, napisati PR-ISP = NE. Ako znate da ste imali poene iz fizike na prijemnom, ali niste sigurni tačno koliko, napisati PR-ISP = ? Ukoliko student ne stavi nikakvu oznaku za prijemni ispit, poeni sa prijemnog ispita mu se neće uzeti u obzir pri formiranju ocene.

7) *Dozvoljena je upotreba neprogramibilnih kalkulatora i grafitne olovke.*

8) **List sa tekstom zadataka poneti sa sobom, ne ostavljati list u vežbanci.**

9) Ispit se može napustiti po isteku **najmanje jednog sata** od početka ispita.

Fizika 1, ETF, Beograd
Februarski ispitni rok 2022.
Rešenja zadataka

1. (a) Videti beleške sa predavanja i skripta.

(b1) Prema rešenju zadatka 34. u “Fizika 1: Zbirka ispitnih zadataka sa rešenjima” sledi:

$$\varphi(t) = const = \pi/6 \text{ rad.}$$

Takođe:

$$\rho(t) = kt^4/4.$$

Trajektorija je pravolinijska.

(b2) Projekcije vektora brzine su:

$$v_x(t) = \frac{\sqrt{3}kt^3}{2}$$

i

$$v_y(t) = \frac{1}{2}kt^3.$$

(b3) Konstanta k je:

$$k = \frac{v_1}{t_1^3} = 1 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^4}.$$

Pređeni put je:

$$S = \rho(t_1) - \rho(t_0) = \frac{1}{4} \text{ m.}$$

2. (a) Videti beleške sa predavanja i skripta.

(b1) Problem je sličan slobodnom padu pod dejstvom otporne sile (videti beleške sa predavanja). Diferencijalna jednačina kretanja je:

$$m\frac{dv}{dt} = m(f - kv).$$

Odavde se lako dobije zavisnost algebarske vrednosti intenziteta brzine od vremena:

$$v(t) = \frac{f}{k}(1 - e^{-kt}).$$

(b2) Prema $a_\tau = dv/dt$:

$$a_\tau = fe^{-kt}.$$

Dakle:

$$v = \frac{f - a_\tau}{k}.$$

Uslov $a_\tau = a_n$ u vremenskom trenutku $t = t_1$ daje:

$$R = \frac{(f - a_{\tau 1})^2}{a_{\tau 1}k^2},$$

gde je $a_{\tau 1} = a(t_1)$. Za date podatke sledi:

$$a_{\tau 1} = e^{-1} \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Poluprečnik kružnice je:

$$R = \frac{(e - 1)^2}{e} \text{ m} = 1{,}09 \text{ m.}$$

3. a) Videti predavanja školske 2021/22. ili Skripta iz Fizike – P.Marinković.

b) Neka je broj kuglica u otklonu ulevo N_1, a broj kuglica koje se posle sudara odbiju udesno N_2.

Pošto po horizontalnom pravcu u toku sudara ne deluje spoljašnja sila, ukupan impuls kuglica u otklonu neposredno pre sudara je jednak ukupnom impulsu odbijenih kuglica neposredno posle sudara, odnosno

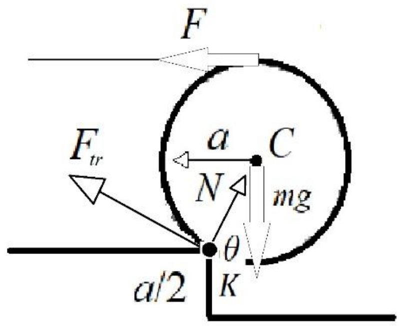
$$N_1 m v_1 = N_2 m v_2 \,, \;\rightarrow\; N_2 / N_1 = v_1 / v_2 \;. \qquad (1)$$

Pošto je sudar elastičan takođe važi da je ukupna kinetička energija kuglica ista pre i posle sudara

$$N_1 m v_1^2 / 2 = N_2 m v_2^2 / 2 \,, \;\rightarrow\; N_2 / N_1 = (v_1 / v_2)^2 \;. \qquad (2)$$

Jednakosti (1) i (2) moraju istovremeno da važe, a to je moguće samo u slučaju kada je $N_2 / N_1 = 1$.

4. U tački kontakta K stepenika i valjka javlja se sila trenja F_{tr} (po pravcu tangente na obim diska) i sila reakcije podloge N (pravac prolazi kroz centar valjka, normalna je na silu trenja). Neka je ugao između sile težine i sile reakcije podloge θ.



(a) Kako je spuštanje valjka lagano tj. njegovo ubrzanje zanemarivo, radi se o kvazistatičkoj ravnoteži momenata oko tačke kontakta K

$$Fa(1+\cos\theta) = mga\sin\theta. \qquad (1)$$

Sila u užetu je

$$F = mg\sin\theta / (1+\cos\theta) = mg\tan(\theta/2). \qquad (2)$$

Pošto je funkcija tangens rastuća maksimalna sila se dobija za maksimalni ugao θ tj kada valjak dodirne donju površinu stepenika. U tom položaju je $\theta = 60°$ pa je maksimalna sila

$$F_{\max} = mg / \sqrt{3} = 577\,\mathrm{N}.$$

(b) Ako se jednačina za kvazistatičku ravnotežu momenata napiše oko tačke centra valjka C sledi

$$Fa = F_{tr} a \,, \;\rightarrow F = F_{tr} \,. \qquad (3)$$

U graničnom slučaju je maksimalna sila trenja $F_{tr} = \mu N$, a reakcija podloge se može izraziti preko sile F i težine mg

$$N = F\sin\theta + mg\cos\theta, \qquad (4)$$

Iz (2), (3) i (4) sledi da je pri dejstvu maksimalne sile $F_{\max}$, da ne bi došlo do proklizavanja valjka u tački kontakta K, potreban minimalni koeficijent trenja

$$\mu_{\min} = \sin\theta / (1+\cos\theta) = \tan(\theta/2) = 1/\sqrt{3} \cong 0.58.$$

5. Videti rešenje 390. zadatka u “Fizika - zbirka rešenih zadataka”:

$$z(t) = A\sin(\omega_0 t + \phi_0) + z_0,$$

gde je $A = 15{,}9$ cm, $\omega_0 = 10\ \mathrm{rad/s}$, $\phi_0 = 2{,}45 \cdot 10^{-3}$rad i $z_0 = -9{,}77$ cm.

6. (a) Videti predavanja školske 2021/22.

(b) Videti rešenje 425. zadatka u “Fizika - zbirka rešenih zadataka”: $\tau = 5{,}14$ ms.

Beograd, 21.02.2022.

Predmetni nastavnici

J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3)