

ISPIT IZ FIZIKE 1

Februarski ispitni rok

(Ispit traje 3 sata)

ETF, Beograd, 19.02.2023.

1. (a) [40] (*Teorijsko pitanje*) Izvesti opšte izraze za tangencijalno ubrzanje, normalno ubrzanje i poluprečnik krivine trajektorije, ako su poznate parametarske jednačine kretanja tačke u Dekartovom koordinatnom sistemu.

(b) [60] Izraze izvedene pod (a) primeniti kod kosog hica. Izračunati tangencijalno ubrzanje, normalno ubrzanje i poluprečnik krivine trajektorije u početnom vremenskom trenutku $t_1 = 0$ i trenutku $t_2 = v_0 \sin \alpha / g$.

Poznati su početni uslovi kosog hica: intenzitet početne brzine v_0 i elevacioni ugao α . Početna visina kosog hica je h .

2. [100] Tanki homogeni štap dužine L , konstantne debljine i gustine ρ_0 stoji vertikalno iznad mirne površi vode gustine ρ_v . Donji kraj štapa dodiruje površ vode. Ako je gustina vode 6 puta veća od gustine štapa, rešavajući jednačinu kretanja, izračunati brzinu kojom štap treba gurnuti vertikalno naniže tako da se on zaustavi u trenutku kada celom dužinom uđe u vodu. Ubrzanje Zemljine teže je g .

Uputstvo: Štap se stalno kreće po vertikalnom pravcu. Na štap deluju samo sila Zemljine teže i sila potiska $F_p = \rho_v g V$, gde je V zapremina potopljenog dela štapa. Zanimariti otpor sredine. Ne koristiti zakon održanja mehaničke energije pri rešavanju zadatka!

3. (a) [50] (*Teorijsko pitanje*) Izvesti jednačinu Meščerskog i formulu Ciolkovskog.

(b) Raketa početne mase $m_0 = 4200$ kg lansirana je sa rampe na površi Zemlje vertikalno naviše. U trenutku lansiranja $t = t_0 = 0$ s masa goriva u rezervoaru je $m_g = 3000$ kg. Na raketu deluje konstantna potisna sila od početka kretanja do vremenskog trenutka $t = \tau = 150$ s, kada se rezervoar rakete u potpunosti isprazni. Brzina mlaza izduvnih gasova u odnosu na raketu je $v_{gr} = 2,1$ km/s. Raketa započinje kretanje u trenutku $t = t_0$ i kreće se stalno u vertikalnom pravcu, otpor vazduha se zanemaruje i smatra se da je ubrzanje Zemljine teže približno konstantno ($g = 10$ m/s²). Odrediti:

(b1) [20] brzinu rakete u trenutku $t = \tau$;

(b2) [30] maksimalnu visinu do koje se popne raketa tokom kretanja vertikalno naviše.

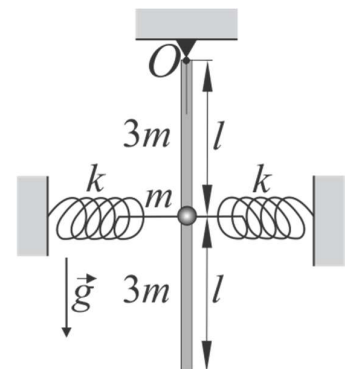
4. (a) [30] (*Teorijsko pitanje*) Formulirati i dokazati teoreme o promeni kinetičke energije mehaničkog sistema i krutog tela.

(b) Niz strmu ravan nagibnog ugla 45° kotrlja se nehomogeni valjak mase $m = 10$ kg i poluprečnika $R = 10$ cm. Gustina valjka se menja linearno sa rastojanjem od ose po zakonu $\rho(r) = \rho_0(1 + r/R)$, gde je ρ_0 pozitivna realna konstanta. Koeficijent trenja između valjka i strme ravni iznosi $\mu = 0,2$, a ubrzanje Zemljine teže je $g = 10$ m/s².

(b1) [30] Odrediti moment inercije u odnosu na osu valjka.

(b2) [40] Ako je dužina strme ravni $s = 4\sqrt{2}$ m i valjak se pusti bez početne brzine sa vrha strme ravni, odrediti brzinu centra mase valjka na dnu strme ravni.

5. [100] Dva tanka homogena štapa, svaki dužine l i mase $3m$, čvrsto su spojena duž jednog pravca sa kuglicom mase m zanemarljivo malog prečnika, tako da čine jedinstveno nehomogeno kruto telo dužine $2l$ i mase $7m$. Kuglica je zakačena za dve lake horizontalne opruge krutosti k . Opruge su postavljene normalno na telo i vezane svojim drugim krajevima za paralelne nepomične zidove. Telo je obešeno jednim svojim krajem o plafon i može da se obrće bez trenja i bez delovanja otporne sile sredine oko nepokretne ose koja je normalna na telo i prolazi kroz tačku vešanja (tačka O na slici). Opruge i telo se nalaze u jednoj ravni, a telo je vertikalno postavljeno u položaju statičke ravnoteže, kada su opruge nenapregnute. Ubrzanje Zemljine teže je g .



Slika uz zad. 5.

Odrediti period malih oscilacija tela T oko ravnotežnog položaja.

6. (a) [40] (*Teorijsko pitanje*) Izvesti izraz za faznu brzinu longitudinalnog talasa u idealnom fluidu.
- (b) [20] (*Teorijsko pitanje*) Izvesti izraze za snagu, srednju snagu i intenzitet ravanskog harmonijskog longitudinalnog talasa u idealnom fluidu u funkciji parametara sredine, kružne učestanosti i amplitude.
- (c) Izotropan harmonijski tačkasti izvor zvuka srednje snage $P_{0,sr} = 100 \text{ W}$ i frekvencije $f = 1000 \text{ Hz}$ nalazi se u vazduhu gustine $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$. Koeficijent slabljenja (usled apsorpcije) energije zvuka kojeg emituje izvor je $\mu = 0,02 \text{ m}^{-1}$, dok je brzina zvuka $c = 343 \text{ m/s}$. Na rastojanju $r = 10 \text{ m}$ od izvora izračunati:
- (c1) [20] intenzitet talasa;
- (c2) [20] amplitudu oscilacija delića vazduha.

Opšte napomene:

1) Na vrhu korica vežbanke na sredini napisati **oznaku grupe i ime predmetnog nastavnika kod koga ste zvanično raspoređeni da slušate predavanja:**

J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3).

2) Ispit se polaže na dva načina: **(1) integralno ili (2) izradom II kolokvijuma.**

3) **Studenti koji rade samo drugi kolokvijum u gornjem levom uglu na koricama vežbanke treba da napišu K2 i rade zadatke 3-6 za vreme 3 h. Poželjno je DA U POLJA NA KORICAMA VEŽBANKE ispod brojeva 1 i 2 upišu K1, čime su se opredelili da im se priznaju bodovi sa I kolokvijuma.**

4) **Studenti koji polažu ispit integralno rade SVE ZADATKE (1-6) za vreme 3 h. Studentima koji nisu ništa napisali u gornjem levom uglu na koricama vežbanke ispit se pregleda kao integralni. Ukoliko je student radio integralni ispit, ne priznaje mu se parcijalno jedan deo!**

5) **Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati jasno označiti na koricama sveske (u odgovarajućoj rubrici) oznakom X.**

6) Na koricama vežbanke (u gornjem desnom uglu) treba napisati broj poena sa prijemnog ispita iz fizike (ako je rađen 2022. godine), u formi PR-ISP = ... poena. Ako nije rađen, napisati PR-ISP = NE. Ako znate da ste imali poene iz fizike na prijemnom, ali niste sigurni tačno koliko, napisati PR-ISP = ? Ukoliko student ne stavi nikakvu oznaku za prijemni ispit, poeni sa prijemnog ispita mu se neće uzeti u obzir pri formiranju ocene.

7) **Dozvoljena je upotreba neprogramibilnih kalkulatora i grafitne olovke.**

8) **List sa tekstom zadataka poneti sa sobom. Ne ostavljati ga u vežbanci.**

9) Ispit se može napustiti po isteku **najmanje jednog sata** od početka ispita.

10) **Kompletan odgovor na teorijsko pitanje podrazumeva prikaz relevantne/ih skice/a, izvođenja i ispisivanje pratećeg teksta. Vektori moraju biti jasno obeleženi tako da se razlikuju od skalara.**

Fizika 1, ETF, Beograd
Februarski ispitni rok 2023. godine
Rešenja zadataka

1. (a) Videti skripta i beleške sa predavanja školske 2022/23. godine.

(b) Primenom opštih izraza za tangencijalno ubrzanje (za referentni smer prema smeru početne brzine), normalno ubrzanje i poluprečnik krivine trajektorije sledi

$$a_\tau = \frac{\vec{v} \cdot \vec{a}}{|\vec{v}|} = -g \frac{v_0 \sin \alpha - gt}{(v_0^2 - 2v_0gt \sin \alpha + g^2t^2)^{1/2}}, a_\tau(t=t_1) = -g \sin \alpha, a_\tau(t=t_2) = 0.$$

$$a_n = \frac{|\vec{v} \times \vec{a}|}{|\vec{v}|} = g \frac{v_0 \cos \alpha}{(v_0^2 - 2v_0gt \sin \alpha + g^2t^2)^{1/2}}, a_n(t=t_1) = g \cos \alpha, a_n(t=t_2) = g.$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^3}{|\vec{v} \times \vec{a}|} = \frac{(v_0^2 - 2v_0gt \sin \alpha + g^2t^2)^{3/2}}{v_0g \cos \alpha}, R_1(t=t_1) = \frac{v_0^2}{g \cos \alpha}, R_2(t=t_2) = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{g}.$$

2. Neka je x koordinata dubine na kojoj se tokom vertikalnog kretanja naniže nađe donji kraj štapa. Jednačina kretanja štapa za x -osu usmerenu vertikalno naniže sa koordinatnim početkom na površi vode je

$$mg - xSg\rho_v = ma_x, \quad (1)$$

gde je $m = \rho_0SL$ gde je S površina poprečnog preseka štapa. Smenom $a_x = v_x dv_x / dx$ i zamenom u (1) sledi

$$g[1 - \rho_v x / (\rho_0 L)] = v_x dv_x / dx, \rightarrow \int_{v_0}^0 v_x dv_x = g \int_0^L [1 - \rho_v x / (\rho_0 L)] dx. \quad (2)$$

Posle integracije (2) dobija se početna brzina štapa

$$v_0 = \sqrt{2gL\left(\frac{\rho_v}{2\rho_0} - 1\right)} = 2\sqrt{gL}.$$

3. (a) Videti skripta i beleške sa predavanja školske 2022/23. godine.

(b) Videti, recimo, rešenje zadatka 125. iz Fizika 1: Zbirka ispitnih zadataka sa rešenjima.

(b1) Brzina u trenutku τ data je formulom Ciolkovskog:

$$v_1 = v(\tau) = v_{gr} \ln\left(\frac{m_0}{m_0 - \mu\tau}\right) - g\tau.$$

Ovde je μ brzina potrošnje goriva:

$$\mu = \frac{mg}{\tau} = 20 \text{ kg/s.}$$

Tražena brzina je:

$$v_1 = v(\tau) = 1130,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

(b2) Maksimalna visina do koje se popne raketa tokom kretanja naviše je:

$$H = v_{gr}\tau + v_{gr}\left(\frac{m_0}{\mu} - \tau\right) \ln\left(1 - \frac{\mu\tau}{m_0}\right) - \frac{g\tau^2}{2} + \frac{v_1^2}{2g} = 108,58 \text{ km.}$$

4. (a) Videti skripta i beleške sa predavanja školske 2022/23. godine.

(b1) Polazeći od izraza za elementarnu masu na udaljenosti r od ose valjka $dm = \rho(r)2\pi l r dr$, gde je l visina valjka, ukupna masa valjka je

$$m = \iiint_V \rho(r) dV = 2\pi l \rho_0 \int_0^R r(1 + r/R) dr = \frac{5}{3} \pi \rho_0 l R^2.$$

Prema definiciji za aksijalni moment inercije

$$I_{CM} = \iiint_V r^2 \rho(r) dV = 2\pi l \rho_0 \int_0^R r^3 (1 + r/R) dr = \frac{9}{10} \pi \rho_0 l R^4 = \frac{27}{50} m R^2 = 0,054 \text{ kgm}^2.$$

(b2) Uslov da se valjak kotrlja bez proklizavanja (videti predavanja i vežbe)

$$\text{tg} \beta \leq \mu \left(\frac{m R^2}{I_{CM}} + 1 \right)$$

nije ispunjen (valjak kotrlja sa proklizavanjem). Stoga je $a_{CM} = g(\sin \beta - \mu \cos \beta) = \text{const}$, pa se iz izraza $v_{CM}^2 = \underbrace{v_{CM}^2(0)}_0 + 2a_{CM}s$, dobija brzina centra mase na dnu strme ravni $v_{CM} = \sqrt{2a_{CM}s} = 8 \text{ m/s}$.

5. Videti, recimo, rešenje zadatka 206. iz Fizika 1: Zbirka ispitnih zadataka sa rešenjima.

Moment inercije u odnosu na osu z kroz tačku O normalno na telo je:

$$I_z = \frac{3ml^2}{3} + ml^2 + \left(\frac{3ml^2}{12} + 3m \left(\frac{3l}{2} \right)^2 \right) = 9ml^2.$$

Jednačina kretanja je:

$$I_z \ddot{\theta} = -7mgl \sin \theta - 2kl^2 \cos \theta \sin \theta.$$

Kada se uvrsti izraz za I_z , za malo θ , dobije se jednačina LHO:

$$\ddot{\theta} + \left(\frac{7g}{9l} + \frac{2k}{9m} \right) \theta = 0.$$

Period malih oscilacija je:

$$T = 2\pi / \sqrt{\frac{7g}{9l} + \frac{2k}{9m}}.$$

6. (a), (b) Videti skripta i beleške sa predavanja školske 2022/23. godine.

(c1) Polazeći od definicionog izraza za intenzitet, na rastojanju r od izotropnog tačkastog izvora je:

$$I(r) = \frac{P_{sr}(r)}{S(r)} = \frac{P_{0,sr} e^{-\mu r}}{4\pi r^2} \cong 0,065 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$

(c2) Iz izraza za intenzitet talasa u posmatranoj tački sredine:

$$I(r) = \frac{1}{2} \mathbb{Z} \omega^2 \psi_0^2(r) \Rightarrow \psi_0(r) = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\frac{2I(r)}{\rho c}} \cong 2,83 \mu\text{m}.$$

Beograd, 19.02.2023.

Predmetni nastavnici

J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3)