RISPIT IZ FIZIKE 1

Februarski ispitni rok

(Ispit traje 3 sata) ETF, Beograd, 1.2.2024.

1. (a) (***Teorijsko pitanje***) Kosi hitac. Poznati su početni uslovi kretanja tačke: intenzitet početne brzine v_0, početna visina h i elevacioni ugao α (ubrzanje Zemljine teže je g). Izvesti izraze (u funkciji vremena) za

(a1) [10] tangencijalno ubrzanje tačke,

(a2) [10] normalno ubrzanje tačke,

(a3) [10] poluprečnik krivine trajektorije tačke,

(a4) [10] srednju vrednost vektora brzine tačke.

(b) [60] Izračunati minimalnu početnu brzinu kojom treba da se izbaci telo iz koordinatnog početka Dekartovog *xoy* koordinatnog sistema tako da prođe kroz tačku sa koordinatama $x = 30\,\mathrm{m}$, $y = 40\,\mathrm{m}$. Ubrzanje Zemljine teže je g=10 m/s^2, a elevacioni ugao $0 \leq \alpha \leq \pi/2$.

2. Na strmu ravan nagibnog ugla β i mase M postavljen je blok mase m koji može da se kreće duž nje bez trenja. Strma ravan leži na horizontalnoj podlozi. Poznat je intenzitet gravitacionog ubrzanja g.

(a) [60] Odrediti intenzitet ubrzanja strme ravni i relativnog ubrzanja bloka u odnosu na strmu ravan ukoliko je podloga idealno glatka.

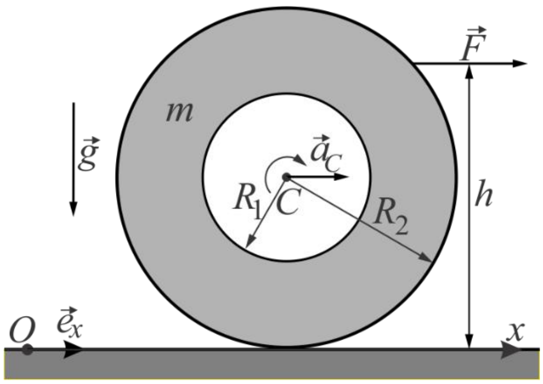
(b) [40] Kolika treba da bude minimalna vrednost koeficijenta statičkog trenja između strme ravni i podloge, tako da se strma ravan ne kreće?

---

3. (a) [50] (***Teorijsko pitanje***) Dinamika sistema promenljive mase: jednačina Meščerskog i formula Ciolkovskog.

(b) [50] (***Zadatak***) Raketa ima početnu masu $m_0 = 2{,}95 \cdot 10^6$ kg. Gorivo je mase $m_g = 1{,}95 \cdot 10^6$ kg i sagoreva konstantnom brzinom, gde je ukupno vreme sagorevanja $\tau = 130$ s. Brzina mlaza sagorelog goriva prema raketi je $v_{gr} = 2200\ \mathrm{m/s}$. Odrediti brzinu rakete u trenutku kada se gorivo u potpunosti potroši. Zanemariti sile otpora i potiska okolnog vazduha na raketu. Smatrati da raketa ide vertikalno uvis i da se gravitaciono ubrzanje ne menja sa visinom i iznosi $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$.

4. Homogeni šuplji valjak mase m kotrlja se bez klizanja po ravnoj horizontalnoj podlozi tako da ubrzanje centra mase valjka (tačka C) ima smer x ose ($\vec{a}_C = a_C\vec{e}_x$; videti sliku uz zadatak). Na valjak tokom kretanja deluje konstantna sila intenziteta F u poprečnom preseku kojem pripada C, u smeru x ose, sa napadnom tačkom na omotaču valjka na visini $h = 5R/3$ od horizontalne podloge. Unutrašnji poluprečnik osnove valjka je $R_1 = R/2$, spoljašnji poluprečnik osnove je $R_2 = R$, a ubrzanje Zemljine teže je g. Odrediti:



Slika uz zadatak 4.

(a) [70] intenzitet i smer sile trenja koja deluje na šuplji valjak;

(b) [10] intenzitet ubrzanja centra mase šupljeg valjka a_C;

(c) [20] minimalnu vrednost koeficijenta statičkog trenja za koju se šuplji valjak kotrlja bez klizanja.

5. Tanki homogeni disk mase m poluprečnika R, konstantne gustine, može da osciluje u vertikalnoj ravni (u ravni idealno tankog tela) oko ose normalne na ravan oscilacija u Zemljinom gravitacionom polju (ubrzanje Zemljine teže je g).

(a) [80] Odrediti rastojanje ose od centra diska tako da period malih oscilacija diska bude minimalan.

(b) [20] Izračunati minimalni period malih oscilacija diska.

6. (a) [70] (***Teorijsko pitanje***) Izvesti izraze za koeficijente refleksije i transmisije amplitude i snage putujućeg transverzalnog harmonijskog talasa na spoju dve dugačke elastične žice: upadni (incidentni) talas prostire se duž žice podužne gustine μ_1 ka mestu spoja ove žice sa drugom žicom podužne gustine μ_2, a intenzitet sila zatezanja obe žice je F.

(b) (***Zadatak***) Putujući transverzalni harmonijski talas prostire se duž dugačke elastične žice podužne gustine $\mu_1 = 4$ g/cm ka mestu spoja ove žice sa drugom dugačkom elastičnom žicom podužne gustine $\mu_2 = 1$ g/cm. Ako su amplituda i talasna dužina ovog upadnog talasa jednake 1 cm i 10 cm, respektivno, odrediti:

(b1) [10] amplitudu transmitovanog talasa;

(b2) [10] talasnu dužinu transmitovanog talasa;

(b3) [10] koeficijent transmisije snage talasa.

Opšte napomene:

1) *Na vrhu korica vežbanke na sredini napisati* ***oznaku grupe*** *i* ***ime predmetnog nastavnika*** *kod koga ste zvanično raspoređeni da slušate predavanja:*

J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3).

2) Ispit se polaže na dva načina: **(1) integralno** ili **(2) izradom II kolokvijuma**.

3) **Studenti koji rade samo drugi kolokvijum u gornjem levom uglu na koricama vežbanke treba da napišu K2 i rade zadatke 3-6 za vreme 3 h. Poželjno je DA U POLJA NA KORICAMA VEŽBANKE ispod brojeva 1 i 2 upišu K1, čime su se opredelili da im se priznaju bodovi sa I kolokvijuma.**

4) **Studenti koji polažu ispit integralno rade SVE ZADATKE (1-6) za vreme 3 h. Studentima koji nisu ništa napisali u gornjem levom uglu na koricama vežbanke ispit se pregleda kao integralni. Ukoliko je student radio integralni ispit, ne priznaje mu se parcijalno jedan deo!**

5) *Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati jasno označiti na koricama sveske (u odgovarajućoj rubrici) oznakom X.*

6) Na koricama vežbanke (u gornjem desnom uglu) treba napisati broj poena sa prijemnog ispita iz fizike (ako je rađen 2023. godine), u formi PR-ISP = ... poena. Ako nije rađen, napisati PR-ISP = NE. Ako znate da ste imali poene iz fizike na prijemnom, ali niste sigurni tačno koliko, napisati PR-ISP = ?. Ukoliko student ne stavi nikakvu oznaku za prijemni ispit, poeni sa prijemnog ispita mu se neće uzeti u obzir pri formiranju ocene.

7) *Dozvoljena je upotreba neprogramibilnih kalkulatora i grafitne olovke minimalne tvrdoće B2.*

8) **List sa tekstom zadataka poneti sa sobom. Ne ostavljati ga u vežbanci.**

9) Ispit se može napustiti po isteku **najmanje jednog sata** od početka ispita.

10) **Kompletan odgovor na teorijsko pitanje podrazumeva prikaz relevantne/ih skice/a, izvođenja i ispisivanje pratećeg teksta. Vektori moraju biti jasno obeleženi tako da se razlikuju od skalara.**

11) **Ako student nastavlja izradu zadatka, neophodno je da na mestu prekida izrade zadatka jasno naznači da nastavak postoji. Ukoliko se više zadataka (ili delova) radi na istoj strani, neophodno je rastaviti ih horizontalnom linijom preko cele širine stranice. Ne preskakati listove u vežbanci. Ukoliko se ostave prazne stranice između zadatka, a ne popune se do predaje vežbanke, precrtati ih.**

Fizika 1, ETF, Beograd
Februarski ispitni rok 2024. godine
Rešenja zadataka

1. (a1-a4) Videti skripta i beleške sa predavanja školske 2023/24.
(b) Jednačina trajektorije tačke koja se kreće kao kosi hitac u Dekartovom $x0y$ koordinatnom sistemu je

$$y = x\,tg\alpha - \frac{g\,x^2}{2v_0^2\cos^2\alpha} = x\,tg\alpha - \frac{g\,x^2}{2v_0^2}(1+tg^2\alpha). \tag{1}$$

Zamenjujući konkretne vrednosti u izraz (1) sledi kvadratna jednačina po tangensu ugla (u SI jedinicama)

$$900\,tg^2\alpha - 6v_0^2\,tg\alpha + 900 + 8v_0^2 = 0. \tag{2}$$

Da bi se dobila minimalna početna brzina za dati elevacioni ugao ($0 \le \alpha \le \pi/2$) treba da je zadovoljen uslov $dv_0^2/d(tg\alpha) = 0$. Iz (2) sledi

$$tg\alpha = v_0^2/300. \tag{3}$$

Zamenom (3) u (2) dobija se (u SI jedinicama)

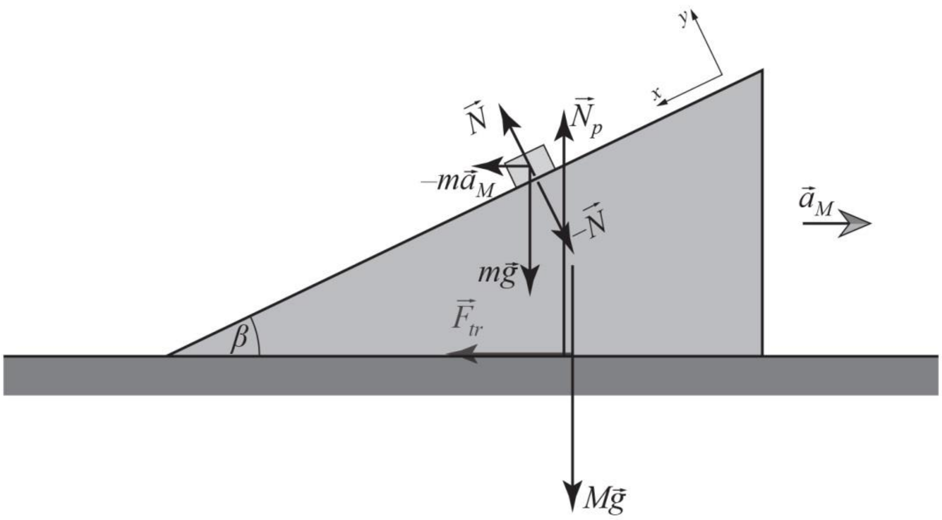
$$v_0^4 = 800\,v_0^2 + 9\cdot 10^4, \quad v_0 = 30\,\mathrm{m/s}.$$

Prema (3) elevacioni ugao je $\alpha = arctg3 = 71.6°$.

2. Jednačine za strmu ravan (u inercijalnom sistemu reference vezanom za Zemlju, referentna horizontalna osa u smeru ubrzanja strme ravni a_M, vertikalna osa naviše) i blok (u neinercijalnom sistemu reference vezanom za strmu ravan) su:

$$Ma_M = N\sin\beta - F_{tr}, \tag{1}$$
$$0 = N_p - Mg - N\cos\beta, \tag{2}$$
$$ma_x^r = mg\sin\beta + ma_M\cos\beta, \tag{3}$$
$$ma_y^r = 0 = N + ma_M\sin\beta - mg\cos\beta, \tag{4}$$

gde je a_M intenzitet ubrzanja strme ravni, a $a^r = a_x^r$ intenzitet ubrzanja bloka u odnosu na strmu ravan.



(a) U slučaju kada nema trenja između strme ravni i podloge $\mu = 0$, pa je $F_{tr} = 0$, te iz (1) sledi:

$$N = \frac{Ma_M}{\sin\beta}, \tag{5}$$

što zamenom u (4) daje:

$$a_M = \frac{mg\sin\beta\cos\beta}{M + m\sin^2\beta}. \tag{6}$$

Zamenom (6) u jednačinu (3) dobija se relativno ubrzanje bloka u odnosu na strmu ravan:

$$a^r = a_x^r = g\sin\beta\,\frac{M+m}{M+m\sin^2\beta}. \tag{7}$$

(b) Kada se strma ravan ne kreće $a_M = 0$, pa iz (4) sledi $N = mg\cos\beta$, dok je iz (1) $F_{tr} = N\sin\beta$. Iz (2) sledi $N_p = Mg + N\cos\beta = Mg + mg\cos^2\beta$, te je uslov da strma ravan ne proklizava $F_{tr} \leq \mu_s N_p$, što daje

$$N\sin\beta = mg\sin\beta\cos\beta \leq \mu_s g(M + m\cos^2\beta), \qquad (8)$$

odakle se dobija

$$\mu_s \geq \mu_{\text{smin}} = \frac{m\sin\beta\cos\beta}{M + m\cos^2\beta}. \qquad (9)$$

----

3. (a) Videti skripta i beleške sa predavanja školske 2023/24.

(b) Videti 88. zadatak iz P. Marinković, Fizika 1 – Skripta.

4. (a) Moment inercije šupljeg valjka u odnosu na aksijalnu osu simetrije (normalnu na osnovu valjka kroz tačku *C*) je:

$$I = \frac{m(R_1^2 + R_2^2)}{2} = \frac{1}{2}m\left(\frac{R^2}{4} + R^2\right) = \frac{5}{8}mR^2.$$

Pretpostavimo da sila trenja koja deluje na valjak ima smer x ose. Po teoremi o kretanju centra mase:

$$ma_C = F + F_{tr}.$$

Momentna jednačina je:

$$\frac{5}{8}mR^2\alpha = F(h - R) - F_{tr}R.$$

Uslov za kotrljanje bez klizanja je:

$$a_C = R\alpha.$$

Na osnovu poslednje tri jednačine lako se dobija

$$F_{tr} = \frac{F}{39}.$$

Dobijeni rezultat $F_{tr} > 0$ znači da sila trenja ima smer x ose, kako je pretpostavljeno.

(b) Iz jednačina napisanih pod (a) i rezultata dobijenog za F_{tr} sledi:

$$a_C = \frac{40}{39}\frac{F}{m}.$$

(c) Sila trenja je statička kod kotrljanja bez klizanja:

$$F_{tr} = F_{trs} \leq \mu_s N,$$

gde je $N = mg$. Na osnovu izraza sa silu F_{tr} izvedenog pod (a) sledi:

$$\mu_{smin} = \frac{1}{39}\frac{F}{mg}.$$

5. (a) Neka je položaj ose O oko koje disk osciluje udaljen za *x* od centra diska (istovremeno to je i udaljenost centra mase diska od ose oscilovanja). Ako je θ elevacioni ugao, diferencijalna jednačina malih oscilacija (fizičko klatno) je

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0, \quad \omega_0^2 = mgx / I_O \qquad (1)$$

gde je $I_O = mR^2/2 + mx^2$ moment inercije diska za osu koja prolazi kroz tačku O. Prema (1) period oscilacija je

$$T = 2\pi/\omega_0 = \sqrt{I_O/mgx} = (2\pi/\sqrt{g})\sqrt{R^2/(2x) + x} \qquad (2)$$

$$T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{I_O/mgx} = (2\pi/\sqrt{g})\sqrt{R^2/(2x) + x}$$

Minimum perioda se lako dobija iz (2)

$$dT/dx = 0, \;\; x = R/\sqrt{2}. \qquad (3)$$

(b) Zamenom rezultata iz (3) u (2) dobija se $T_{\min} = 2\pi\sqrt{R\sqrt{2}/\mathrm{g}}$.

6. (a) Videti skripta i beleške sa predavanja školske 2023/24. godine.

(b1) Amplitudski koeficijent transmisije je:

$$t = \frac{Y_{0t}}{Y_{0i}} = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}},$$

gde su Y_{0i} i Y_{0t} amplitude incidentnog i transmitovanog i talasa, respektivno. Odavde sledi vrednost amplitude transmitovanog talasa:

$$Y_{0t} = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}} Y_{0i} = \frac{4}{3} \text{ cm.}$$

(b2) Kružne učestanosti incidentnog i transmitovanog talasa su jednake, pa važi:

$$\frac{c_2}{c_1} = \frac{\frac{\omega}{k_2}}{\frac{\omega}{k_1}} = \frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}.$$

Obe žice su zategnute istom silom, pa važi:

$$\frac{c_2}{c_1} = \frac{\sqrt{\frac{F}{\mu_2}}}{\sqrt{\frac{F}{\mu_1}}} = \frac{\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2}}.$$

Dakle, važi:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}}.$$

Talasa dužina transmitovanog talasa je:

$$\lambda_2 = \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}}\lambda_1 = 20 \text{ cm.}$$

(b3) Koeficijent transmisije snage talasa je:

$$T = \frac{4\sqrt{\mu_1\mu_2}}{(\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2})^2} = \frac{8}{9}.$$

Beograd, 1.2.2024.

Predmetni nastavnici

J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3)