

ISPIT IZ FIZIKE 1

Januarski ispitni rok

(Ispit traje 3 sata)

ETF, Beograd, 27.01.2023.

1. (a) [20] (*Teorijsko pitanje.*) Izvesti izraze za vektore brzine i ubrzanja u Dekartovim koordinatama.
(b) [80] Brodovi A i B, na rastojanju $L = 1000$ m, istovremeno počinju da se kreću pravolinijski od ravne obale jezera brzinama konstantnog intenziteta $v_A = 5\sqrt{3}$ m/s i $v_B = 5$ m/s, redom. Vektori brzina brodova su konstantni i zaklapaju ugao 45° sa ravnom obalom, pri čemu su smerovi brzina takvi da im se trajektorije seku. Smatra se da je voda idealno mirna i da je površina vode u oblasti kretanja brodova idealno ravna. Odrediti minimalno rastojanje između brodova.

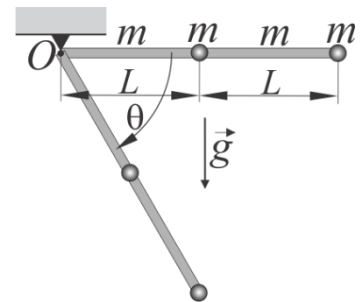
2. (a) [50] (*Teorijsko pitanje.*) Periferna (linijska) brzina i ubrzanje.

(b) [50] Telo rotira oko nepokretne ose usporeno ugaonim ubrzanjem $\alpha \sim \sqrt{\omega}$ ($\alpha < 0$), gde je ω intenzitet ugaone brzine. Ukoliko je u početnom trenutku poznata vrednost intenziteta ugaone brzine $\omega(t = 0) = \omega_0$, odrediti srednju vrednost intenziteta ugaone brzine u intervalu vremena od početnog trenutka do zaustavljanja tela.

3. [100] Kuglica mase m se kreće konstantnom brzinom po horizontalnoj hrapavoj podlozi. Kuglica se čeono i neelastično sudara sa blokom mase $2m$ koji miruje na podlozi. Posle sudara, koji traje vrlo kratko, kuglica se odbija u suprotnom smeru u odnosu na početni smer kretanja. Koeficijent trenja između oba tela i podloge je isti. Put koji pređe blok je 9 puta veći od puta koji pređe kuglica od trenutka sudara do zaustavljanja. Odrediti relativni gubitak kinetičke energije pri neelastičnom sudaru usled prelaska dela kinetičke energije u toplotu.

4. (a) [50] (*Teorijsko pitanje*) Formulirati i dokazati teoremu o promeni momenta količine kretanja mehaničkog sistema za slučaj nepokretne momentne tačke u inercijalnom sistemu reference.

(b) [50] Dva tanka homogena štapa, svaki dužine L i mase m , čvrsto su spojena sa dve kuglice zanemarljivog prečnika i mase m duž jednog pravca, tako da čine jedinstveno nehomogeno kruto telo dužine $2L$ i mase $4m$ (videti sliku). Ovo telo je obešeno jednim svojim krajem o plafon i može da se obrće bez trenja oko nepokretne ose koja prolazi kroz tačku vešanja (tačka O na slici). Telo se pusti iz horizontalnog položaja u kojem je u stanju mirovanja. Odrediti zavisnost ugaone brzine ω tela od ugla rotacije θ , $\omega(\theta)$. Ubrzanje Zemljine teže je g .



Slika uz zadatak 4.

5. (a) [20] (*Teorijsko pitanje*) Izvesti zakon o održanju ukupne mehaničke energije (potencijalne i kinetičke) za materijalnu tačku u polju konzervativnih sila.

(b) Skakač, vezan elastičnim užetom (bungee jump) skače sa visoke platforme (postavljene na mostu) sa visine $H = 50$ m. Skakač se zaustavlja na visini $h = 2$ m iznad površi vode. Masa skakača je $m = 60$ kg, koeficijent krutosti užeta je $k = 270$ N/m.

(b1) [10] Kolika je dužina neistegnutog užeta?

(b2) [50] Napisati i rešiti diferencijalnu jednačinu kretanja skakača. Za referentnu tačku (nulu koordinatnog sistema) uzeti mesto kraja neistegnutog užeta kada se ono vertikalno odmota (ispravi).

(b3) [10] Koliko vremena protekne od trenutka skoka sa platforme do trenutka zaustavljanja skakača?

(b4) [10] Kolika je sila zatezanja elastičnog užeta u trenutka zaustavljanja skakača?

Napomena: Skakača smatrati materijalnom tačkom, zanemariti masu užeta i otpor vazduha, $g = 10$ m/s².

6. (a) [50] (**Teorijsko pitanje.**) Izvesti izraze za koeficijente refleksije i transmisije amplitude i snage transverzalnih talasa na spoju dve zategnute žice.

(b) Dugačka tanka horizontalna levo postavljena žica, čija je masa po jedinici dužine $\mu_1 = 0,04$ kg/m, čvrsto je spojena sa drugom tankom horizontalnom desno postavljenom žicom, čija je masa po jedinici dužine $\mu_2 = 0,01$ kg/m. Sila zatezanja obe žice je $F = 16$ N. Incidentni transverzalni harmonijski talas frekvencije $f = 25$ Hz i amplitude $Y_{0i} = 15$ mm prostire se po levoj žici ka mestu spoja dve žice. Odrediti:

(b1) [10] brzine svih transverzalnih talasa koji se prostiru po levoj i desnoj žici;

(b2) [20] odnos snaga transmitovanog i incidentnog talasa;

(b3) [20] maksimalnu brzinu delića desne žice pri prostiranju transmitovanog talasa po njoj.

Napomena: Smatrati da je desna žica veoma dugačka, tako da ne postoji talas reflektovan od drugog (desnog) kraja desne žice.

Opšte napomene:

1) Na vrhu korica vežbanke na sredini napisati oznaku grupe i ime predmetnog nastavnika kod koga ste zvanično raspoređeni da slušate predavanja:

J. Cvetić (P1), V. Arsoški (P2) i M. Tadić (P3).

2) Studenti koji rade samo drugi kolokvijum u gornjem levom uglu na koricama vežbanke treba da napišu K2 i rade zadatke 3-6 za vreme 3 h. Poželjno je **DA U POLJA NA KORICAMA VEŽBANKE** ispod brojeva 1 i 2 upišu K1, čime su se opredelili da im se priznaju bodovi sa 1 kolokvijuma.

3) Studenti koji polažu ispit integralno rade **SVE ZADATKE (1-6)** za vreme 3 h. Studentima koji nisu ništa napisali u gornjem levom uglu na koricama vežbanke ispit se pregleda kao integralni. **Ukoliko je student radio integralni ispit, ne priznaje mu se parcijalno jedan deo!**

4) Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati jasno označiti na koricama sveske (u odgovarajućoj rubrici) oznakom X.

5) Na koricama vežbanke (u gornjem desnom uglu) treba napisati broj poena sa prijemnog ispita iz fizike (ako je rađen 2022. godine), u formi PR-ISP = ... poena. Ako nije rađen, napisati PR-ISP = NE. Ako znate da ste imali poene iz fizike na prijemnom, ali niste sigurni tačno koliko, napisati PR-ISP = ? Ukoliko student ne stavi nikakvu oznaku za prijemni ispit, poeni sa prijemnog ispita mu se neće uzeti u obzir pri formiranju ocene.

6) *Dozvoljena je upotreba neprogramibilnih kalkulatora i grafitne olovke.*

7) **List sa tekstom zadataka poneti sa sobom. Ne ostavljati ga u vežbanci.**

8) Ispit se može napustiti po isteku **najmanje jednog sata** od početka ispita.

9) **Kompletan odgovor na teorijsko pitanje podrazumeva prikaz relevantne/ih skice/a, izvođenja i ispisivanje pratećeg teksta. Vektori moraju biti jasno obeleženi tako da se razlikuju od skalara.**

Fizika 1, ETF, Beograd
Januarki ispitni rok 2023. godine
Rešenja zadataka

1. (a) Videti skripta i beleške sa predavanja školske 2022/23. godine.

(b) Na osnovu uglova koje brzine brodova zaklapaju sa obalom, putanje im se seku pod pravim uglom. Zadatak je najlakše rešiti iz referentnog sistema vezanog za jedan od brodova, na primer brod B. Iz posmatranog referentnog sistema vezanog za brod B, brod A se kreće brzinom $\vec{v} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$ intenziteta $v = \sqrt{v_A^2 + v_B^2} = 10$ m/s, dok ugao između \vec{v}_A i \vec{v} iznosi $\cos(v_A/v) = 30^\circ$, odakle je ugao koji \vec{v} zaklapa sa početnim pravcem koji spaja brodove $\alpha = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$. Brod A će se, u određenom trenutku, naći na najmanjem normalnom rastojanju od broda B koje iznosi:

$$r_{\min} = L \sin \alpha = 258,82 \text{ m.}$$

2. (a) Videti skripta i beleške sa predavanja školske 2022/23. godine.

(b) Telo rotira usporeno, pa je:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = -c\sqrt{\omega}, \quad (1)$$

gde je c pozitivna realna konstanta. Razdvajanjem promenljivih u izrazu (1) i integracijom od početnog do proizvoljnog trenutka t , u kojem se telo još kreće, dobija se:

$$\omega(t) = (\sqrt{\omega_0} - ct/2)^2, \quad (2)$$

gde je u trenutku τ , kada se telo zaustavi, $\omega(\tau) = 0$, pa iz (2) sledi da je $\tau = 2\sqrt{\omega_0}/c$.

Srednja vrednost ugaone brzine je

$$\omega_{sr} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \omega(t) dt = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau (\sqrt{\omega_0} - ct/2)^2 dt = \frac{\omega_0}{3}.$$

3. Neka je početna brzina kuglice pre sudara v_1 , dok su intenziteti brzine kuglice i bloka posle sudara v'_1 i v'_2 , respektvno. Jednačina održanja impulsa sistema pri sudaru je

$$mv_1 = -mv'_1 + 2mv'_2, \rightarrow v_1 = -v'_1 + 2v'_2. \quad (1)$$

Posle sudara oba tela se kreću sa konstantnim usporenjem $a_1 = a_2 = -\mu g$. Pređeni putevi kuglice i bloka posle sudara se dobijaju iz poznate jednačine jednako usporenog kretanja $v^2 = v_0^2 - 2\mu gx$. Prema uslovu u zadatku sledi $x = v_0^2 / (2\mu g)$ odnosno

$$9 \frac{v_1'^2}{2\mu g} = \frac{v_2'^2}{2\mu g} \rightarrow v_1' = v_2' / 3. \quad (2)$$

Iz (1) i (2) sledi

$$v_1' = v_1 / 5, \quad v_2' = 3v_1 / 5. \quad (3)$$

Prema (3) energija koja se pri sudaru transformiše u toplotu je

$$\Delta E = mv_1^2 / 2 - (mv_1'^2 / 2 + 2mv_2'^2 / 2) = \frac{1}{2} mv_1^2 (6 / 25),$$

odnosno

$$\frac{\Delta E}{E_{k1}} = \frac{6}{25} = 0.24 \text{ (24\%).}$$

4. (a) Videti skripta i beleške sa predavanja školske 2022/23. godine.

(b) Od tačke vešanja centar mase tela je na rastojanju:

$$r_{CM} = \frac{\frac{m \cdot L}{2} + m \cdot L + \frac{m \cdot 3L}{2} + m \cdot 2L}{4m} = \frac{5L}{4}.$$

Moment inercije tela u odnosu na osu normalnu na štap kroz tačku vešanja je:

$$I = \frac{mL^2}{3} + mL^2 + \left(\frac{mL^2}{12} + m \left(\frac{3L}{2} \right)^2 \right) + m(2L)^2 = \frac{23}{3} mL^2.$$

Na osnovu zakona o održanju mehaničke energije tela:

$$0 + 0 = \frac{I\omega^2}{2} + 4mgh,$$

($h = -r_{CM} \sin \theta < 0$) sledi:

$$\frac{23}{6} mL^2 \omega^2 = 4mg \left(\frac{5L}{4} \sin \theta \right).$$

Odavde sledi:

$$\omega(\theta) = \sqrt{\frac{30g}{23L} \sin \theta}.$$

5. (a) Videti skripta i beleške sa predavanja školske 2022/23. godine.

(b1) Pošto su početna i krajnja brzina skakača jednake nuli, prema teoremi iz (a) treba izjednačiti potencijalne energije skakača u početnom položaju $E_{p1} = mgH$ i u položaju kada se zaustavi $E_{p2} = mgh + k(H - l_0 - h)^2 / 2$, gde je l_0 dužina neistegnutog užeta

$$E_{p1} = E_{p2}, \rightarrow l_0 \cong 33.4 \text{ m.} \quad (1)$$

(b2) Jednačina kretanja (II Njutnov zakon) pisana za referentnu tačku (nulu koordinatnog sistema) na mestu kraja neistegnutog užeta kada se ono vertikalno odmota, za početni trenutak koji odgovara ovom položaju užeta i za referentni smer naniže glasi

$$m d^2 y / dt^2 = -k y + mg, \rightarrow d^2 y / dt^2 + \omega_0^2 y = g, \quad \omega_0 = \sqrt{k/m} = 2.12 \text{ s}^{-1}, \quad (2)$$

gde y koordinata određuje istežanje užeta od neistegnutog položaja. Rešenje diferencijalne jednačine (2) je oblika

$$y(t) = y_h(t) + y_p(t), \quad (3)$$

gde su $y_h(t) = y_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$ rešenje homogene, a $y_p(t) = C(\text{onst})$ jedno partikularno rešenje diferencijalne jednačine (2). Zamenom u (2) sledi za partikularno rešenje

$$y_p = C = g / \omega_0^2 = mg / k. \quad (4)$$

Dve konstante u rešenju diferencijalne jednačine (3) se dobijaju iz početnih uslova:

1) za koordinatu položaja skakača

$$y(t=0) = 0 = y_{\max} \sin \varphi + mg / k, \quad (5)$$

2) za brzinu koja se dobija iz jednačine slobodnog pada skakača na dužini l_0

$$v_{y0}(t=0) = \sqrt{2gl_0} \cong 25.8 \text{ m/s.} \quad (6)$$

Prema (3) brzina skakača data je sa

$$dy(t) / dt = v_{y0} = y_{\max} \omega_0 \cos \varphi. \quad (7)$$

Iz (5) i (7) sledi

$$\begin{aligned} \text{tg } \varphi &= -\sqrt{mg / (2kl_0)} = -0.1824, \quad \varphi = -0.18041 (\cong -10.3^\circ). \\ y_{\max} &= v_{y0} / (\omega_0 \cos \varphi) = 12.4 \text{ m.} \end{aligned} \quad (8)$$

(b3) Vreme od trenutka skoka do potpunog ispravljanja užeta (slobodan pad) je

$$\tau_1 = \sqrt{2l_0 / g} \cong 2.6 \text{ s.} \quad (9)$$

Vreme od trenutka potpunog ispravljanja užeta ($t=0$ u (3)) do trenutka dostizanja maksimalnog istegnuća je prema (3) i (8)

$$y(\tau_2) = y_{\max} = y_{\max} \sin(\omega_0 \tau_2 + \varphi) + mg/k, \rightarrow \tau_2 \cong 0.54 \text{ s.} \quad (10)$$

Ukupno vreme trajanja pada skakača do zaustavljanja je

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = 3.14 \text{ s.} \quad (11)$$

(b4) U položaju maksimalnog istežanja užeta sila zatezanja užeta, T , je maksimalna (referentni smer je naviše)

$$T_{\max} = k[y_{\max} + mg/k] \cong 3948 \text{ N.} \quad (12)$$

Ova sila je $T_{\max} \cong 6,6mg$, što znači da skakač u tom položaju ima 6,6 puta veću težinu u odnosu na težinu u stanju mirovanja.

6. (a) Videti skripta i beleške sa predavanja školske 2022/23. godine.

(b1) Brzine talasa su:

$$c_1 = \sqrt{\frac{F}{\mu_1}} = 20 \text{ m/s,}$$

$$c_2 = \sqrt{\frac{F}{\mu_2}} = 40 \text{ m/s.}$$

Brzine incidentnog i reflektovanog talasa jednake su c_1 , a brzina transmitovanog talasa jednaka je c_2 .

(b2) Koeficijent transmisije snage je:

$$T = \frac{4\sqrt{\mu_1}\sqrt{\mu_2}}{(\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2})^2} = \frac{8}{9}.$$

(b3) Amplituda transmitovanog talasa je:

$$Y_{0t} = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}} Y_{0i} = 20 \text{ mm.}$$

Maksimalna brzina delića druge žice je:

$$v_m = \omega Y_{0t} = 2\pi f Y_{0t} = 3,14 \text{ m/s.}$$

Beograd, 27.01.2023.

Predmetni nastavnici

J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3)