

ISPIT IZ FIZIKE 1

Julski ispitni rok

(Ispit traje 3 sata)

ETF, Beograd, 03.07.2023.

1. Tačka se kreće po kružnici poluprečnika R smanjujući linijsku (periferijsku) brzinu tako da su joj apsolutna vrednost tangencijalnog usporjenja i normalno ubrzanje jednake. Ako je u početnom trenutku brzina tačke bila v_0 naći:

- (a) [50] brzinu tačke u funkciji vremena;
- (b) [50] brzinu tačke u funkciji pređenog puta.

2. (a) [40] (*Teorijsko pitanje*) Formulirati i obrazložiti Njutnove zakone.

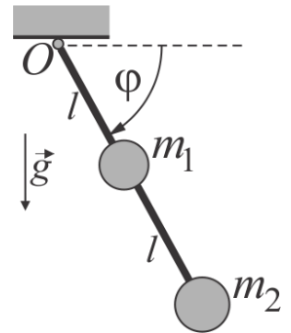
(b) [60] Najmanji intenzitet sile koja može da pokrene neko telo uz strmu ravan nagibnog ugla $\theta = 30^\circ$ dva puta je veći od najmanjeg intenziteta sile koja to telo sprečava da klizi niz strmu ravan. U oba slučaja sile deluju na telo duž pravca strme ravni. Odrediti vrednost koeficijenta trenja između tela i strme ravni.

3. (a) [40] (*Teorijsko pitanje*) Formulirati i dokazati teoremu o promeni količine kretanja mehaničkog sistema.

(b) [30] U prvom eksperimentu čestica mase m i kinetičke energije E_k elastično se sudara sa drugom česticom mase M koja miruje pre sudara. Sudar je čeon elastični, čestica mase m odbije se unazad u odnosu na prvobitni smer kretanja, a kinetička energija čestice mase m posle sudara jednaka je $0,36E_k$. Odrediti odnos masa dve čestice M/m .

(c) [30] U drugom eksperimentu sudar dve čestice masa navedenih pod (b) je takođe čeon elastični, kinetička energija čestice mase M jednaka je E_k , kinetička energija čestice mase m jednaka je $4E_k$, a pre sudara dve čestice se kreću u suprotnim smerovima. Odrediti vrednosti kinetičkih energija obe čestice posle sudara.

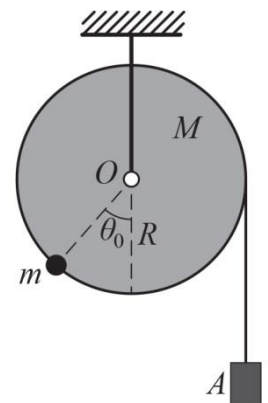
4. Telo se sastoji od tankog krutog homogenog štapa zanemarljivo male mase i dužine $2l$ i dve kuglice mase $m_1 = 2m/3$ i $m_2 = m/3$, gde je m ukupna masa tela. Kuglice se mogu smatrati materijalnim tačkama i čvrsto su prikačene za štap na rastojanjima l i $2l$ od tačke vešanja O , kao što je prikazano na slici. Telo rotira oko tanke horizontalne osovine koja prolazi kroz O u Zemljinom gravitacionom polju (ubrzanje Zemljine teže je g) bez delovanja sile trenja. U početnom trenutku telo je u stanju mirovanja u horizontalnom položaju, kada je vrednost ugla rotacije φ (videti sliku) jednaka nuli ($\varphi_0 = 0$). Odrediti:



Slika uz zad. 4.

- (a) [50] zavisnost ugaone brzine tela ω od ugla rotacije φ , $\omega(\varphi)$;
- (b) [10] ugaono ubrzanje tela u vertikalnom položaju (kada je $\varphi = \pi/2$);
- (c) [40] intenzitet sile reakcije osovine na telo u vertikalnom položaju.

5. [100] Homogeni disk mase M i poluprečnika $R = \sqrt{3}/2$ m može slobodno bez trenja da rotira oko horizontalne ose O , kao na slici. Duž oboda diska je ravnomerno namotan lak, tanak, neistegljiv konac o koji je okačen teg A . Čitav sistem je uravnotežen tako što je na obod diska pričvršćen teg mase $m = M/2$, tako da je u stanju mirovanja (ravnoteže) položaj ovog tege određen uglom $\theta_0 = \pi/6$, kao na slici. Naći period malih oscilacija. Tegove posmatrati kao materijalne tačke. Uzeti da je gravitaciono ubrzanje $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Slika uz zad. 5.

6. (a) [50] (*Teorijsko pitanje*) Izvesti izraze za frekvenciju koju registruje detektor usled relativnog kretanja detektora u odnosu na izvor (Doplerov efekat). Posebno razmotriti slučajeve kada se kreće samo detektor, samo izvor ili oba. Dati odgovarajuće skice izvora, detektora i relevantnih talasnih frontova, kao i detaljna izvođenja i objašnjenja.

(b) Izvor zvučnog talasa u vazduhu je cev dužine 1 m otvorena na oba kraja. Brzina zvuka u vazduhu je $c = 344$ m/s.

(b1) [20] Kolika je frekvencija osnovnog harmonika stojećeg talasa u cevi?

(b2) [20] Ako se u cevi pobudi treći harmonik stojećeg talasa, kolikom brzinom treba da se udaljava detektor od cevi da bi registrovao frekvenciju koja odgovara osnovnom harmoniku?

(b3) [10] Kolika treba da je brzina detektora iz tačke (b2), ako se cev skрати na trećinu dužine i u skraćenoj cevi pobudi treći harmonik?

Napomena: U tačkama (b2) i (b3) cev približno posmatrati kao izotropan tačkasti izvor zvuka.

Opšte napomene:

1) Na vrhu korica vežbanke na sredini napisati **oznaku grupe i ime predmetnog nastavnika** kod koga ste zvanično raspoređeni da slušate predavanja:

J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3).

2) Ispit se polaže na dva načina: **(1) integralno** ili **(2) izradom II kolokvijuma**.

3) **Studenti koji rade samo drugi kolokvijum U GORNJEM LEVOM UGLU NA KORICAMA VEŽBANKE** treba da napišu **K2** i rade zadatke 3-6 za vreme 3 h. Poželjno je **DA U POLJA NA KORICAMA VEŽBANKE** ispod brojeva 1 i 2 upišu **K1**, čime su se opredelili da im se priznaju bodovi sa **I kolokvijuma**.

4) **Studenti koji polažu ispit integralno rade SVE ZADATKE (1-6) za vreme 3 h. Studentima koji nisu ništa napisali u gornjem levom uglu na koricama vežbanke ispit se pregleda kao integralni. Ukoliko je student radio integralni ispit, ne priznaje mu se parcijalno jedan deo!**

5) **Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati jasno označiti na koricama sveske (u odgovarajućoj rubrici) oznakom X.**

6) Na koricama vežbanke (u gornjem desnom uglu) treba napisati broj poena sa prijemnog ispita iz fizike (ako je rađen 2022. godine), u formi **PR-ISP = ... poena**. Ako nije rađen, napisati **PR-ISP = NE**. Ako znate da ste imali poene iz fizike na prijemnom, ali niste sigurni tačno koliko, napisati **PR-ISP = ?** Ukoliko student ne stavi nikakvu oznaku za prijemni ispit, poeni sa prijemnog ispita mu se neće uzeti u obzir pri formiranju ocene.

7) **Dozvoljena je upotreba neprogramibilnih kalkulatora i grafitne olovke tvrdoće B2 ili više.**

8) **List sa tekstom zadatka poneti sa sobom. Ne ostavljati ga u vežbanci.**

9) Ispit se može napustiti po isteku **najmanje jednog sata** od početka ispita.

10) **Kompletan odgovor na teorijsko pitanje podrazumeva prikaz relevantne/ih skice/a, izvođenja i ispisivanje pratećeg teksta. Vektori moraju biti jasno obeleženi strelicom iznad fizičke veličine tako da se razlikuju od skalara.**

Fizika 1, ETF, Beograd
Julski ispitni rok 2023. godine
Rešenja zadataka

1. Prema uslovu u zadatku brzina tačke se pri kretanju smanjuje pa je tangencijalno ubrzanje tačke negativno. Pošto je normalno ubrzanje tačke uvek pozitivno iz uslova u zadatku sledi

$$-\frac{dv}{dt} = \frac{v^2}{R}. \quad (1)$$

(a) Posle razdvajanja promenljivih diferencijalna jednačina (1) se rešava integraljenjem u granicama datim početnim uslovima

$$-\int_{v_0}^v \frac{dv}{v^2} = \int_0^t \frac{dt}{R}, \rightarrow v = \frac{v_0}{1 + v_0 t / R}. \quad (2)$$

Kako je linijska brzina tačke $\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds} \frac{ds}{dt} = \frac{dv}{ds} v$, koristeći (1) sledi

$$-v \frac{dv}{ds} = \frac{v^2}{R}, \rightarrow -\frac{dv}{v} = \frac{ds}{R} \quad (3)$$

(b) Posle razdvajanja promenljivih (3) se rešava integraljenjem u granicama datim početnim uslovima

$$-\int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = \int_0^s \frac{ds}{R}, \ln \frac{v}{v_0} = -\frac{s}{R}, v = v_0 \exp(-s/R).$$

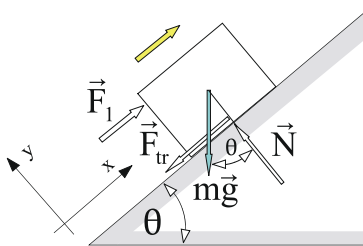
2. (a) Videti skripta i beleške sa predavanja školske 2022/23. godine.

(b) Pri pokretanju tela uz strmu ravan sila trenja će delovati suprotno od sile koja deluje na telo (tj. suprotno od smera pokretanja, kao na slici 1), pa su jednačine kretanja tela po x i y osi

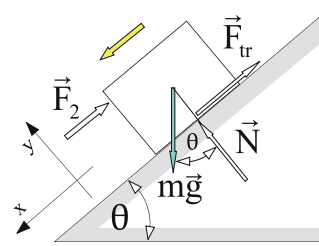
$$\begin{aligned} x: F_1 - F_{tr} - mg \sin \theta &\geq 0, \\ y: N - mg \cos \theta &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

gde je $F_{tr} = \mu N$. Iz (1) sledi

$$F_{1min} = mg (\sin \theta + \mu \cos \theta). \quad (2)$$



Slika 1 uz zadatak 2b



Slika 2 uz zadatak 2b

Pri kretanju tela niz strmu ravan sila trenja deluje suprotno od smera pokretanja (tj. u smeru sile koja se suprotstavlja kretanju, kao na slici 2), pa su jednačine kretanja po x i y osi

$$\begin{aligned} x: -F_2 - F_{tr} + mg \sin \theta &\geq 0, \\ y: N - mg \cos \theta &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Iz (3) sledi maksimalna (granična) sila pri spuštanju tela naniže, što odgovara minimalnoj sili koja bi sprečila kretanje

$$F_{2min} = mg (\sin \theta - \mu \cos \theta). \quad (4)$$

Prema uslovu u zadatku je $F_{1min} = 2F_{2min}$ pa iz (2) i (4) sledi $\mu = \tan \theta / 3 = \sqrt{3} / 9$.

3. (a) Videti skripta i beleške sa predavanja školske 2022/23. godine.

(b) Videti skripta i beleške sa predavanja školske 2022/23. godine. Traženi odnos masa dve čestice je:

$$\frac{M}{m} = 4.$$

(c) Prema vrednostima kinetičkih energija čestica pre sudara i odnosu masa čestica sledi:

$$\frac{mv_m^2}{2} = 4 \frac{Mv_M^2}{2}.$$

Odavde:

$$v_m = 4v_M.$$

Na osnovu zakona o održanju količine kretanja:

$$mv_m - Mv_M = 0 = -mv'_m + Mv'_M,$$

gde su v'_m i v'_M vrednosti brzina dve čestice posle sudara. Odavde sledi:

$$v'_m = 4v'_M.$$

Ovo znači da su kinetičke energije dve čestice ostale nepromenjene:

$$E'_{km} = 4E_k$$

i

$$E'_{kM} = E_k.$$

4. (a) Moment inercije tela u odnosu na osu rotacije jednak je:

$$I = \frac{2m}{3}l^2 + \frac{m}{3}(2l)^2 = 2ml^2.$$

Rastojanje centra mase tela od tačke vešanja je:

$$s = \frac{\frac{2m}{3}l + \frac{m}{3}2l}{m} = \frac{4}{3}l.$$

Prema zakonu o održanju mehaničke energije je:

$$ml^2\omega^2 = mg \frac{4}{3}l \sin \varphi.$$

Odavde:

$$\omega(\varphi) = \sqrt{\frac{4g}{3l} \sin \varphi}.$$

(b) U vertikalnom položaju tela, rezultatni moment spoljašnjih sila na telo u odnosu na tačku vešanja jednak je nuli:

$$2ml^2\alpha = 0,$$

dakle:

$$\alpha = 0 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}.$$

(c) Po jednačini kretanja centra mase, za normalne komponente sila važi:

$$ma_n = m \frac{4}{3}l\omega^2 = m \frac{4}{3}l \frac{4g}{3l} = R_n - mg.$$

Odavde:

$$R_n = \frac{25}{9}mg.$$

Po jednačini kretanja centra mase, za tangencijalne komponente sila važi:

$$m \frac{4}{3}l\alpha = R_\tau.$$

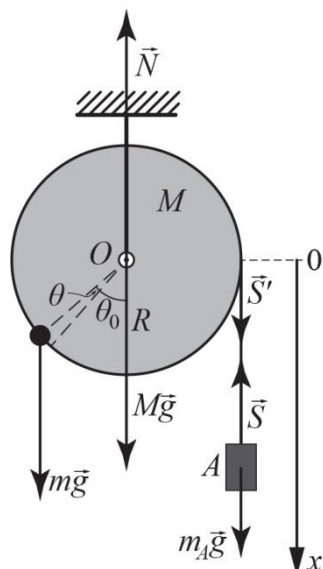
Na osnovu rezultata $\alpha = 0 \text{ rad/s}^2$, koji je dobijen pod (b), sledi:

$$R_\tau = 0.$$

Dakle, intenzitet sile reakcije osovine na telo je:

$$R = R_n = \frac{25}{9}mg.$$

5. Na slici su prikazane sve relevantne sile.



Ukoliko se teg A povuče naniže za malu vrednost x , disk će se zarotirati za ugao $\theta = x/R$ u smeru kazaljke na satu (videti sliku). Stoga je $\alpha = \ddot{\theta} = \ddot{x}/R$. Jednačina kretanja tega je:

$$m_A a = m_A \ddot{x} = m_A g - S, \quad (1)$$

dok je za disk u odnosu na osu O :

$$I_O \ddot{\theta} = SR - mgR \sin(\theta_0 + \theta), \quad (2)$$

gde je $I_O = MR^2/2 + mR^2$.

U ravnotežnom stanju, kada sistem miruje, $a = 0$, $\alpha = 0$ i $\theta = \theta_0$, pa iz (1) i (2) sledi:

$$\begin{aligned} S &= m_A g, \\ SR &= mgR \sin \theta_0, \end{aligned}$$

odakle je $m_A = m \sin \theta_0$.

U opštem slučaju, iz (1) i (2), sledi:

$$I_O \ddot{\theta} = m \sin \theta_0 g R - m \sin \theta_0 \ddot{\theta} R^2 - mgR \sin \theta_0 \cos \theta - mgR \cos \theta_0 \sin \theta. \quad (3)$$

Za male oscilacije $\sin \theta \approx \theta$ i $\cos \theta \approx 1$, pa je

$$(I_O + m \sin \theta_0 R^2) \ddot{\theta} = -mgR \cos \theta_0 \cdot \theta, \quad (4)$$

što daje

$$\ddot{\theta} + \frac{mgR \cos \theta_0}{\underbrace{MR^2/2 + mR^2 + m \sin \theta_0 R^2}_{\omega_0^2}} \cdot \theta = 0, \quad (5)$$

pa je period malih oscila $T = 2\pi/\omega_0$, gde je

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2mg \cos \theta_0}{R[M + 2m(1 + \sin \theta_0)]}} = \sqrt{\frac{\sqrt{3}g}{5R}} = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow T = \pi \text{ s}.$$

6. (a) Videti skripta i beleške sa predavanja školske 2022/23. godine.

(b1) Frekvencija osnovnog harmonika je (videti skripta i beleške sa predavanja 2022/23. godine):

$$f_1 = \frac{c}{2L} = 172 \text{ Hz}.$$

(b2) Frekvencija trećeg harmonika je $3f_1$. Frekvencija koju registruje detektor koji se udaljava brzinom v je:

$$f = 3f_1 \left(1 - \frac{v}{c}\right),$$

pa iz uslova $f = f_1$ sledi

$$v = \frac{2}{3}c \cong 229,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

(b3) Očigledno je da tražena brzina ne zavisi od dužine cevi, već je vezana za oznaku (broj) harmonika koji je pobuđen, te je $v = 2/3c$.