ISPIT IZ FIZIKE 1

Julski ispitni rok

(Ispit traje 3 sata) ETF, Beograd, 1.7.2024.

1. Dečak može da pliva brzinom intenziteta v koji je dva puta manji od intenziteta brzine rečnog toka $u = 2v$. Pod kojim konstantnim uglom θ u odnosu na smer brzine rečnog toka dečak treba da pliva brzinom v kako bi prešao najkraći put duž rečnog toka pri preplivavanju reke? Smatrati da su obale reke idealno ravne, paralelne i da je brzina rečnog toka konstantna (ne zavisi od položaja na rečnom toku, ne menja se u vremenu i paralelna je obalama).

2. Blok mase m kreće se po glatkoj horizontalnoj podlozi u pravcu i smeru x ose pod dejstvom otporne sile usmerene suprotno vektoru brzine intenziteta $F_{ot} = c\sqrt{v^3}$, gde je v intenzitet brzine, a $c = const > 0$. Ako je $c = \frac{2mk}{\sqrt{v_0}}$, gde je $v_0 \neq 0$ intenzitet brzine u početnom trenutku $t = 0$, $k = const > 0$, a početni položaj tela $x(t = 0) = 0$, odrediti:

(a) [40] zavisnost intenziteta brzine bloka od vremena $v(t)$;

(b) [10] asimptotsku brzinu bloka v_∞;

(c) [30] parametarsku jednačinu kretanja bloka $x(t)$;

(d) [20] položaj bloka u vremenskom trenutku kada je $v = \frac{v_0}{4}$.

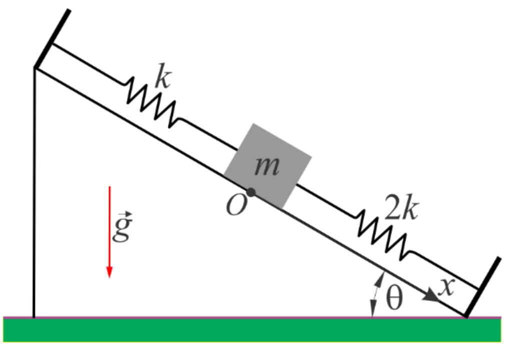
---

3. [100] Jezgro mase M u stanju mirovanja u odnosu na laboratoriju raspada se emisijom α - čestice mase m_α čija je kinetička energija posle raspada $E_{k\alpha}$. Izračunati ukupnu kinetičku energiju mehaničkog sistema koji čine α - čestica i ostatak jezgra posle raspada.

4. (a) [30] (***Teorijsko pitanje***) Odrediti moment inercije homogene sfere poluprečnika R i mase m za osu koja prolazi kroz njen centar.

(b) [70] U homogenoj sferi poluprečnika $2R$ napravljena je sferna šupljina poluprečnika R. Centri homogene sfere i šupljine se poklapaju. Odrediti moment inercije ovog tela mase m za osu koja prolazi kroz njegov centar.

5. Blok mase m postavljen je na glatku nepokretnu strmu ravan nagibnog ugla θ po kojoj može da se kreće pod dejstvom sile Zemljine teže i elastičnih sila dve opruge krutosti k i $2k$, čiji su drugi krajevi vezani za nepokretne oslonce (videti sliku). Položaj ovog tela određen je pomoću Dekartove koordinate x, a koordinatni početak O postavljen je na mestu na kojem se telo nalazi kada su opruge nenapregnute. Ubrzanje Zemljine teže je g. Odrediti:



Slika uz zadatak 5.

(a) [10] ravnotežni položaj tela $x = x_0$;

(b) [10] ukupnu potencijalnu energiju tela u funkciji x, $E_p(x)$, ako je referentna tačka $x = 0$;

(c) [10] položaj minimuma $x = x_1$ funkcije $E_p(x)$ i minimalnu vrednost potencijalne energije tela $E_p(x_1)$;

(d) [30] kružnu učestanost oscilacija tela oko ravnotežnog položaja ω;

(e) [20] amplitudu oscilacija tela oko ravnotežnog položaja, ako je ukupna mehanička energija tela $E = 0$;

(f) [20] intenzitet brzine tela pri kretanju analiziranom pod (e) na mestu $x = \frac{x_0}{2}$.

6. (a) [60] (***Teorijsko pitanje***) Longitudinalni talas se prostire duž elastične šipke konstantnog poprečnog preseka S. Izvesti izraze za faznu brzinu i srednju snagu prostoperiodičnog talasa frekvencije f. Za materijal od kojeg je napravljena šipka poznati su gustina ρ i Jangov modul elastičnosti E_Y.

(b) (***Zadatak***) Šipka konstantnog poprečnog preseka se sastoji od dva dela izrađena od različitih materijala. Prvi deo ima gustinu $\rho_1 = 8937\ \mathrm{kg/m^3}$ i Jangov modul elastičnosti $E_{Y1} = 143\ \mathrm{GPa}$, dok drugi deo ima gustinu $\rho_2 = 2700\ \mathrm{kg/m^3}$ i Jangov modul elastičnosti $E_{Y2} = 67{,}5\ \mathrm{GPa}$. Ako se na slobodnom kraju prvog dela šipke dužine $L_1 = 10\ \mathrm{m}$ generiše veoma kratak impuls trajanja $\tau = 1\ \mu\mathrm{s}$, odrediti:

(b1) [10] dužinu impulsa u svakom delu nakon refleksije/transmisije na spoju;

(b2) [20] dužinu drugog dela šipke L_2 tako da reflektovani i transmitovani impuls istovremeno stignu na krajeve šipke;

(b3) [10] odnos energija reflektovanog i transmitovanog impulsa nakon prve refleksije/transmisije na spoju.

Opšte napomene:

1) *Na vrhu korica vežbanke na sredini napisati* ***oznaku grupe*** *i* ***ime predmetnog nastavnika*** *kod koga ste zvanično raspoređeni da slušate predavanja:*

J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3).

2) Ispit se polaže na dva načina: **(1) integralno** ili **(2) izradom II kolokvijuma**.

3) **Studenti koji rade samo drugi kolokvijum u gornjem levom uglu na koricama vežbanke treba da napišu K2 i rade zadatke 3-6 za vreme 3 h. Poželjno je DA U POLJA NA KORICAMA VEŽBANKE ispod brojeva 1 i 2 upišu K1, čime su se opredelili da im se priznaju bodovi sa I kolokvijuma.**

4) **Studenti koji polažu ispit integralno rade SVE ZADATKE (1-6) za vreme 3 h. Studentima koji nisu ništa napisali u gornjem levom uglu na koricama vežbanke ispit se pregleda kao integralni. Ukoliko je student radio integralni ispit, ne priznaje mu se parcijalno jedan deo!**

5) *Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati jasno označiti na koricama sveske (u odgovarajućoj rubrici) oznakom X.*

6) Na koricama vežbanke (u gornjem desnom uglu) treba napisati broj poena sa prijemnog ispita iz fizike (ako je rađen 2023. godine), u formi PR-ISP = ... poena. Ako nije rađen, napisati PR-ISP = NE. Ako znate da ste imali poene iz fizike na prijemnom, ali niste sigurni tačno koliko, napisati PR-ISP = ?. Ukoliko student ne stavi nikakvu oznaku za prijemni ispit, poeni sa prijemnog ispita mu se neće uzeti u obzir pri formiranju ocene.

7) *Dozvoljena je upotreba neprogramibilnih kalkulatora i grafitne olovke minimalne tvrdoće B2.*

8) **List sa tekstom zadataka poneti sa sobom. Ne ostavljati ga u vežbanci.**

9) Ispit se može napustiti po isteku **najmanje jednog sata** od početka ispita.

10) **Kompletan odgovor na teorijsko pitanje podrazumeva prikaz relevantne/ih skice/a, izvođenja i ispisivanje pratećeg teksta. Vektori moraju biti jasno obeleženi tako da se razlikuju od skalara.**

11) **Ako student nastavlja izradu zadatka, neophodno je da na mestu prekida izrade zadatka jasno naznači da nastavak postoji. Ukoliko se više zadataka (ili delova) radi na istoj strani, neophodno je rastaviti ih horizontalnom linijom preko cele širine stranice. Ne preskakati listove u vežbanci. Ukoliko se ostave prazne stranice između zadatka, a ne popune se do predaje vežbanke, precrtati ih.**

Fizika 1, ETF, Beograd
Julski ispitni rok 2024. godine
Rešenja zadataka

1. Za koordinatni sistem postavljen tako da je x osa duž rečnog toka, a y normalna na obale reke, projekcije apsolutne brzine (u odnosu na obalu) dečaka su:

$$v_x = u + v\cos\theta,$$
$$v_y = v\sin\theta.$$

Ako širinu reke obeležimo sa L, vreme potrebno da se prepliva reka je $\tau = L/v_y$, pri čemu je pomeraj dečaka

$$D = v_x\tau = L\frac{u+v\cos\theta}{v\sin\theta} = L\frac{2+\cos\theta}{\sin\theta}$$

duž rečnog toka. Minimalna vrednost se dobija iz uslova:

$$\frac{dD}{d\theta} = L\frac{-\sin^2\theta-(2+\cos\theta)\cos\theta}{\sin^2\theta} = -L\frac{1+2\cos\theta}{\sin^2\theta} = 0 \Longrightarrow \cos\theta = -\frac{1}{2} \Longrightarrow \theta = 120°.$$

2. (a) Na osnovu jednačine kretanja

$$m\frac{dv}{dt} = -\frac{2mk}{\sqrt{v_0}}v^{\frac{3}{2}}.$$

lako se dobija:

$$v(t) = \frac{v_0}{(1+kt)^2}.$$

(b) Asimptotska brzina je

$$v_\infty = 0 \text{ m/s}.$$

(c) Na osnovu

$$\frac{dx}{dt} = \frac{v_0}{(1+kt)^2}$$

lako se dobija

$$x(t) = \frac{v_0 t}{1+kt}.$$

(d) Vremenski trenutak kada je $v = \frac{v_0}{4}$ je

$$t = t_1 = \frac{1}{k}.$$

Položaj tela u ovom vremenskom trenutku je

$$x(t=t_1) = \frac{v_0}{2k}.$$

---

3. Neka su posle dezintegracije $v_{M'}$ i v_α brzine ostatka jezgra i α - čestice, respektivno. Nakon raspada, masa ostatka jezgra je $M' = M - m_\alpha$. Prema zakonu o održanju impulsa sledi

$$M'v_{M'} = m_\alpha v_\alpha \Longrightarrow v_{M'} = \frac{m_\alpha}{M-m_\alpha}v_\alpha. \qquad (1)$$

Ukupna kinetička energija je

$$E_k = \frac{1}{2}M'v_{M'}^2 + \frac{1}{2}m_\alpha v_\alpha^2. \qquad (2)$$

Zamenom (1) u (2) dobija se

$$E_k = \frac{Mm_\alpha}{2(M-m_\alpha)}v_\alpha^2 = \frac{M}{M-m_\alpha}E_{k\alpha}.$$

4. (a) Videti skripta i beleške sa predavanja iz Fizike 1 školske 2023/24. godine ($I=2mR^2/5$).
(b) Masa materijala koji bi ispunjavao šupljinu je $m' = 4\pi R^3\rho/3$, dok je masa homogene sfere bez šupljine $M = 4\pi(2R)^3\rho/3 = 8m'$, pa je masa tela $m = M - m' = 7m'$. Primenom principa superpozicije:

$$I_m = I_M - I_{m'} = \frac{2}{5}M(2R)^2 - \frac{2}{5}m'R^2 = \frac{62}{35}mR^2.$$

5. (a) Uslov ravnoteže je

$$mg\sin\theta = 3kx_0.$$

Odavde:

$$x_0 = \frac{1}{3}\frac{m}{k}g\sin\theta.$$

(b) Ukupna potencijalna energija tela je

$$E_p(x) = \frac{3k}{2}x^2 - (mg\sin\theta)x.$$

(c) Prvi izvod $E_p(x)$ je

$$\frac{dE_p}{dx} = 3kx - mg\sin\theta.$$

Odavde sledi da je položaj minimuma

$$x_1 = x_0 = \frac{1}{3}\frac{m}{k}g\sin\theta.$$

Minimalna potencijalna energija je

$$E_{pmin} = E_p(x_1) = -\frac{m^2g^2\sin^2\theta}{6k}.$$

(d) Drugi izvod $E_p(x)$ u tački $x = x_1$ je

$$\left.\frac{d^2E_p}{dx^2}\right|_{x=x_1} = 3k.$$

Kružna učestanost oscilacija je

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{m}\left.\frac{d^2E_p}{dx^2}\right|_{x=x_1}} = \sqrt{\frac{3k}{m}}.$$

(e) Amplitudu oscilacija računamo na osnovu uslova

$$E_p(x = x_0 \pm A) = E.$$

Lako sledi

$$A = x_0 = \frac{1}{3}\frac{m}{k}g\sin\theta.$$

(f) Ukupna mehanička energija je

$$E = 0 = E_{pmin} + \frac{3}{2}k(x - x_0)^2 + \frac{mv^2}{2}.$$

Za $x = \frac{x_0}{2} = \frac{x_1}{2}$:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{1}{8}\frac{m^2g^2}{k}\sin^2\theta = 0,$$

odakle sledi

$$v = \frac{1}{2}\,g\sin\theta\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

6. (a) Videti skripta i beleške sa predavanja školske 2023/24. godine.

(b1) Fazne brzine longitudinalnog talasa u prvom i drugom delu šipke su $c_1 = \sqrt{E_{Y1}/\rho_1} = 4$ km/s i $c_2 = \sqrt{E_{Y2}/\rho_2} = 5$ km/s, pa su dužine impulsa $d_1 = c_1\tau = 4$ mm i $d_2 = c_2\tau = 5$ mm, redom.

(b2) Da bi reflektovani i transmitovani impuls istovremeno stigli na krajeve šipke, treba da važi:

$$\frac{L_1}{c_1} = \frac{L_2}{c_2} \Longrightarrow L_2 = L_1 \frac{c_2}{c_1} = 12{,}5\ \text{m}.$$

(b3) Odnos energija reflektovanog i transmitovanog impulsa nakon prve refleksije/transmisije na spoju je:

$$\frac{P_r\tau}{P_t\tau} = \frac{R}{T} = \frac{(Z_1 - Z_2)^2}{4Z_1Z_2} = \frac{(\rho_1 c_1 - \rho_2 c_2)^2}{4\rho_1 c_1 \rho_2 c_2} \approx 0{,}256.$$

Napomena: Rešenje ne zavisi od toga na kojem se kraju šipke pobudi impuls.

Beograd, 1.7.2024.

Predmetni nastavnici

J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3)