

KOLOKVIJUM IZ FIZIKE 1

(Kolokvijum traje 2 sata)

ETF, Beograd, 20.11.2022.

1. (a) [30] (*Teorijsko pitanje*.) Izvesti izraze za vektore brzine i ubrzanja u polarnom koordinatnom sistemu.

Jednačina trajektorije tačke u ravanskom polarnom koordinatnom sistemu je $\rho(\varphi) = \rho_0 e^{\beta\varphi}$, gde su ρ_0 i β poznate pozitivne realne konstante. Vrednost polarnog ugla u početnom vremenskom trenutku je $\varphi(t = 0 \text{ s}) = 0 \text{ rad}$, a polarni ugao je rastuća funkcija vremena. Intenzitet brzine tačke je $v = \frac{\sqrt{1+\beta^2} \rho_0}{\beta \tau}$, gde je $\tau = \text{const} > 0$. Odrediti:

(b) [30] parametarske jednačine kretanja tačke $\rho(t)$ i $\varphi(t)$;

(c) [10] zavisnost intenziteta sektorske brzine tačke od vremena $v_S(t)$;

(d) [30] vrednosti tangencijalnog i normalnog ubrzanja u početnom trenutku, $a_\tau(t = 0 \text{ s})$ i $a_n(t = 0 \text{ s})$, respektivno.

2. (a) [20] (*Teorijsko pitanje*) Formulirati Njutnove zakone.

Malo telo poznate mase m se kreće pravolinijski pod dejstvom sile $F_0 = \frac{3A^2}{4B}$, gde su A i B poznate pozitivne realne konstante. Na telo deluje i otporna sila (u suprotnom smeru od smera kretanja) intenziteta $F_{\text{otp}} = Av + Bv^2$, gde je v intenzitet brzine.

(b) [30] Odrediti asimptotsku brzinu tela v_∞ .

(c) [50] Ukoliko telo dostigne brzinu v_∞ pa prestane da deluje sila F_0 , odrediti put S koji telo pređe od trenutka prestanka dejstva ove sile do zaustavljanja.

Napomene:

(1) Na vrhu naslovne strane vežbanke napisati oznaku grupe i prezime predmetnog nastavnika:

P1-Cvetić, **P2**-Arsoski, **P3**-Tadić.

(2) Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati jasno označiti na koricama sveske, u odgovarajućoj rubrici, oznakom X.

(3) Dozvoljena je upotreba neprogramibilnih kalkulatora i svih vrsta pisaljki, sem onih koje pišu crvenom bojom.

(4) List sa tekstom zadataka poneti sa sobom, ne ostavljati u vežbanci.

(5) Kolokvijum se može napustiti po isteku najmanje jednog sata od njegovog početka.

Rešenja zadatka sa kolokvijuma iz Fizike 1 2022. god.

1. (a) Videti beleške sa predavanja i skripta.

(b) Trajektorija ima oblik logaritamske spirale. Intenzitet brzine tačke je:

$$v = \sqrt{\dot{\rho}^2 + \rho^2 \dot{\varphi}^2}.$$

Ovde:

$$\begin{aligned}\dot{\rho} &= \frac{d\rho}{d\varphi} \dot{\varphi} = \beta \rho_0 e^{\beta\varphi} \dot{\varphi}, \\ \rho \dot{\varphi} &= \rho_0 e^{\beta\varphi} \dot{\varphi}.\end{aligned}$$

Dakle:

$$v = \sqrt{\rho_0^2 e^{2\beta\varphi} (1 + \beta^2) \dot{\varphi}^2}.$$

Prema tome ($\varphi(t)$ je rastuća funkcija: $\dot{\varphi} > 0$):

$$\dot{\varphi} = \frac{v}{\rho_0 \sqrt{1 + \beta^2}} e^{-\beta\varphi}.$$

Koristeći

$$v = \frac{\sqrt{1 + \beta^2} \rho_0}{\beta \tau},$$

sledi:

$$e^{\beta\varphi} d\varphi = \frac{dt}{\beta\tau}.$$

Integracija leve strane od 0 do φ , a desne strane od 0 do t , daje:

$$\frac{1}{\beta} (e^{\beta\varphi} - 1) = \frac{t}{\beta\tau}.$$

Odavde:

$$\varphi(t) = \frac{1}{\beta} \ln \left(1 + \frac{t}{\tau} \right),$$

a na osnovu datog $\rho = \rho(\varphi)$:

$$\rho(t) = \rho_0 \left(1 + \frac{t}{\tau} \right).$$

Takođe:

$$\dot{\varphi} = \frac{1}{\beta\tau} \frac{1}{1 + \frac{t}{\tau}}.$$

(c) Sektorska brzina je:

$$v_S(t) = \frac{1}{2} \rho^2 \dot{\varphi} = \frac{\rho_0^2}{2\beta\tau} \left(1 + \frac{t}{\tau} \right).$$

(d) Pošto je intenzitet brzine konstantan (kretanje je ravnomerno krivolinijsko), tangencijalno ubrzanje jednako je nuli:

$$a_\tau(t) = \frac{dv}{dt} = 0.$$

Projekcije vektora ubrzanja u polarnom koordinatnom sistemu su:

$$a_\rho(t) = \ddot{\rho} - \rho \dot{\varphi}^2 = -\frac{\rho_0}{\beta^2 \tau^2} \frac{1}{1 + \frac{t}{\tau}},$$

$$a_\varphi(t) = \frac{1}{\rho} \frac{d(2v_S)}{dt} = \frac{\rho_0}{\beta\tau^2} \frac{1}{1 + \frac{t}{\tau}}.$$

S obzirom na to da je $a_\tau = 0$, normalno ubrzanje jednako je intenzitetu ubrzanja $a = |\vec{a}|$, $a_n = a$, u svakom vremenskom trenutku tokom kretanja tačke. U početnom vremenskom trenutku:

$$a_n(t=0) = a(t=0) = \sqrt{a_p^2(0) + a_\phi^2(0)} = \frac{\sqrt{1 + \beta^2} \rho_0}{\beta^2 \tau^2}.$$

2. (a) Videti beleške sa predavanja i skripta.

(b) Jednačina kretanja tela je:

$$ma_x = F_0 - Av - Bv^2.$$

Asimptotska brzina se dobija iz uslova za ravnotežu:

$$0 = F_0 - Av_\infty - Bv_\infty^2,$$

odakle je $v_\infty = \frac{A}{2B}$.

(c) Kada prestane da deluje sila F_0 , jednačina kretanja tela do zaustavljanja je:

$$ma_x = m \frac{dv}{dt} = m \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = mv \frac{dv}{dx} = -Av - Bv^2,$$

gde je sve vreme kretanja $v_x = v$. Odavde je:

$$\int_{v_\infty}^0 \frac{dv}{v + \frac{A}{B}} = -\frac{B}{m} \int_0^S dx \Rightarrow \ln \frac{\frac{A}{B}}{v_\infty + \frac{A}{B}} = -\frac{B}{m} S,$$

pa je:

$$S = \frac{m}{B} \ln \left(1 + \frac{Bv_\infty}{A} \right) = \frac{m}{B} \ln \frac{3}{2}.$$