

# KOLOKVIJUM IZ FIZIKE 1

(Kolokvijum traje 2 sata)

ETF, Beograd, 17.11.2024.

1. (a) [40] (**Teorijsko pitanje**) Izvesti izraze za vektor brzine i vektor ubrzanja u polarnim koordinatama.

(b) (**Zadatak**) Materijalna tačka se kreće u ravni po trajektoriji  $\rho(\varphi) = A(1 + \cos \varphi)$ , gde je  $A$  pozitivna realna konstanta,  $\rho$  poteg, a  $\varphi$  polarni ugao u polarnom koordinatnom sistemu. Pri kretanju materijalne tačke sektorska brzina je konstantna i iznosi  $v_s$ .

(b1) [20] Odrediti kvadrat intenziteta brzine  $v^2$  u funkciji potega  $\rho$ .

(b2) [20] Dokazati da je  $\frac{d(v^2)}{dt} = 2 \frac{d\rho}{dt} a_\rho$ , odakle je  $a_\rho = \frac{1}{2} \frac{d(v^2)}{d\rho}$ .

(b3) [10] Odrediti intenzitet ubrzanja u funkciji potega  $\rho$ .

(b4) [10] Odrediti poluprečnik krivine trajektorije u funkciji potega  $\rho$ .

2. (a) [30] (**Teorijsko pitanje**) Definisati inverzni problem dinamike materijalne tačke. Prikazati osnovne korake rešavanja inverznog problema za materijalnu tačku koja se kreće u  $xOy$  ravni, gde su  $x$  i  $y$  Dekartove koordinate.

(b) (**Zadatak**) Malo telo, koje se može smatrati materijalnom tačkom mase  $m$ , izbačeno je kao horizontalni hitac iznad ravne horizontalne površi na Zemlji. Vektor položaja tela u početnom trenutku je  $\vec{r}_0 = \vec{r}(t=0) = h\vec{e}_y$ , a vektor početne brzine tela je  $\vec{v}_0 = \vec{v}(t=0) = v_0\vec{e}_x$ , gde je  $x$  osa Dekartovog koordinatnog sistema postavljena horizontalno,  $y$  osa je normalna na horizontalnu površ,  $h$  je početna visina na kojoj se nalazi telo iznad te površi ( $h > 0$ ),  $v_0$  je intenzitet početne brzine tela, a  $\vec{e}_x$  i  $\vec{e}_y$  su jedinični vektori osa Dekartovog koordinatnog sistema. Pored sile Zemljine teže  $\vec{F}_g = -mg\vec{e}_y$  ( $g$  je ubrzanje Zemljine teže), na telo deluje otporna sila vazduha samo u horizontalnom pravcu  $\vec{F}_{ot} = -mkv_x^2\vec{e}_x$ , gde je  $v_x$  projekcija vektora brzine tela na  $x$  osu, a  $k$  je pozitivna konstanta. Odrediti:

(b1) [30] parametarske jednačine kretanja tela  $x(t)$  i  $y(t)$ ;

(b2) [10] vremenski trenutak  $t = \tau$  u kojem telo padne na Zemlju;

(b3) [15] domet tela  $D$  za  $k = \sqrt{g/(2hv_0^2)}$ ;

(b4) [15] intenzitet brzine tela u trenutku  $t = \tau$  za  $k = \sqrt{g/(2hv_0^2)}$ .

*Napomene:*

(1) Na vrhu naslovne strane vežbanke napisati oznaku grupe i prezime predmetnog nastavnika angažovanog za izvođenje nastave u toj nastavnoj grupi:

**P1-Cvetić, P2-Arsoski, P3-Tadić.**

(2) Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati jasno označiti na koricama sveske, u odgovarajućoj rubrici, oznakom X.

(3) Dozvoljena je upotreba neprogramibilnih kalkulatora i svih vrsta pisaljki, sem onih koje pišu crvenom bojom.

(4) List sa tekstom zadataka poneti sa sobom, ne ostavljati u vežbanci.

(5) Kolokvijum se može napustiti po isteku najmanje jednog sata od njegovog početka.

(6) **Kompletan odgovor na teorijsko pitanje podrazumeva prikaz relevantne/ih skice/a, izvođenja i ispisivanje pratećeg teksta. Vektori moraju biti jasno obeleženi tako da se razlikuju od skalara.**

(7) **Ako student nastavlja izradu zadatka, neophodno je da na mestu prekida izrade zadatka jasno naznači da nastavak postoji. Ukoliko se više zadataka (ili delova) radi na istoj strani, neophodno je rastaviti ih horizontalnom linijom preko cele širine stranice. Ne preskakati listove u vežbanci. Precrtati stranice vežbanke koje se ostave prazne između zadataka (ukoliko se te stranice ne popune do predaje vežbanke).**

## Rešenja zadataka sa kolokvijuma iz Fizike 1 2024. god.

1. (a) Videti beleške sa predavanja 2024/25. školske godine i skripta.

(b1) Iz izraza za sektorsku brzinu:

$$v_s = \frac{1}{2}\rho^2\dot{\varphi} \Rightarrow \dot{\varphi} = \frac{2v_s}{\rho^2},$$

pa je:

$$v^2 = v_\rho^2 + v_\varphi^2 = \dot{\rho}^2 + (\rho\dot{\varphi})^2 = 2A^2(1 + \cos\varphi)\dot{\varphi}^2 = \frac{8Av_s^2}{\rho^3}.$$

(b2) Generalno važi:

$$\frac{d(v^2)}{dt} = \frac{d(\vec{v}^2)}{dt} = 2\vec{v} \frac{d\vec{v}}{dt} = 2\vec{v}\vec{a} = 2(v_\rho a_\rho + v_\varphi a_\varphi).$$

Kako je  $v_s = \text{const}$ , sledi  $a_\varphi = \frac{1}{\rho} \frac{d(2v_s)}{dt} = 0$ , pa je:

$$\frac{d(v^2)}{dt} = 2v_\rho a_\rho = 2 \frac{d\rho}{dt} a_\rho \Rightarrow a_\rho = \frac{1}{2} \frac{d(v^2)}{d\rho}.$$

$$(b3) a = \sqrt{a_\rho^2 + a_\varphi^2} = |a_\rho| = \left| \frac{1}{2} \frac{d(v^2)}{d\rho} \right| = \frac{12Av_s^2}{\rho^4}.$$

$$(b4) R = \frac{(\rho'^2 + \rho^2)^{3/2}}{|\rho^2 + 2\rho\rho'' - \rho\rho''|} = \frac{2}{3} \sqrt{2A\rho}.$$

2. (a) Videti beleške sa predavanja 2024/25. školske godine i skripta.

(b1) Integracijom skalarnih jednačina kretanja za zadate početne uslove dobija se

$$x(t) = \frac{1}{k} \ln(1 + kv_0 t),$$

$$y(t) = h - \frac{gt^2}{2}.$$

$$(b2) \tau = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

$$(b3) D = \frac{1}{k} \ln\left(1 + kv_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}\right) = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} \ln 2.$$

$$(b4) v_x(t = \tau) = \frac{v_0}{1 + kv_0 \tau} = \frac{v_0}{2}, v_y(t = \tau) = -g\tau = -\sqrt{2gh}. \text{ Odavde sledi:}$$

$$v = \sqrt{\frac{v_0^2}{4} + 2gh}.$$