

ISPIT IZ FIZIKE 1

Ispitni rok Oktobar 1 (3 sata)

ETF, Beograd, 19. 10. 2025.

1. (a) [50] (**Teorijsko pitanje**) Izvesti izraz za vektore linijske brzine i linijskog ubrzanja tačke koja se kreće u ravni po kružnici poluprečnika R sa ugaonom brzinom i ubrzanjem $\vec{\omega}$ i $\vec{\alpha}$. Eksplicitno navesti izraze za vektore tangencijalnog i normalnog ubrzanja.

(b) [50] (**Zadatak**) Tačka počinje da rotira iz stanja mirovanja po kružnici sa ugaonim ubrzanjem konstantnog intenziteta $\alpha = 0,25 \text{ s}^{-2}$. Odrediti trenutak od početka rotacije kada će intenziteti tangencijalnog i normalnog ubrzanja biti jednaki.

2. (a) [80] Telo mase m je izbačeno vertikalno naniže brzinom $v_0 < (mg/k)^{1/2}$ sa visine h od površi Zemlje. Na telo deluje sila gravitacije i sila otpora vazduha čiji intenzitet je proporcionalan sa kvadratom brzine $|\vec{F}_{op}| = kv^2$, gde je k pozitivna konstanta. Izračunati brzinu tela neposredno pre udara u površ Zemlje.

(b) [20] Kolika je brzina tela ako je $h \gg m/(2k)$?

Napomena: Smatrati da je za razmatrane vrednosti h gravitaciono ubrzanje g približno konstantno.

3. (a) [40] (**Teorijsko pitanje**) Navesti definiciju centralne sile. Dokazati da je centralna sila konzervativna.

(b) (**Zadatak**) Vektor položaja materijalne tačke mase m , koja se kreće u xOy ravni, menja se u funkciji vremena t prema $\vec{r}(t) = x_0 \cos(\omega_x t) \vec{e}_x + y_0 \sin(\omega_y t) \vec{e}_y$. Na materijalnu tačku tokom kretanja deluje sila $\vec{F} = F_x \vec{e}_x + F_y \vec{e}_y$.

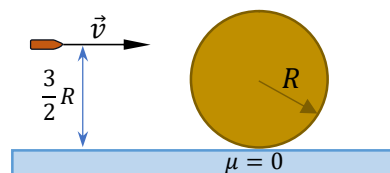
(b1) [20] Odrediti $F_x(x, y)$ i $F_y(x, y)$.

(b2) [10] Pod kojim uslovom je sila $\vec{F}$ centralna i usmerena ka koordinatnom početku? Izraziti ovu centralnu silu u funkciji vektora položaja materijalne tačke $\vec{r}$.

(b3) [30] Odrediti potencijalnu energiju materijalne tačke mase m koja se nalazi u polju ove centralne sile u funkciji x i y , ako je referentna tačka u koordinatnom početku.

4. Na idealno glatkoj podlozi leži homogeni valjak mase M i poluprečnika R . Metak mase $m \ll M$ leti horizontalno (i to u vertikalnoj ravni u kojoj leži centar mase valjka) prema valjku brzinom v na visini $3R/2$ iznad podloge i udara u valjak. Sudar je trenutni i apsolutno neelastičan. Naći kinetičku energiju valjka nakon što ga metak pogodi.

Napomena: Kako je $m \ll M$, smatrati da su položaj centra mase i moment inercije sistema nakon što metak pogodi valjak isti kao za valjak pre pogotka.



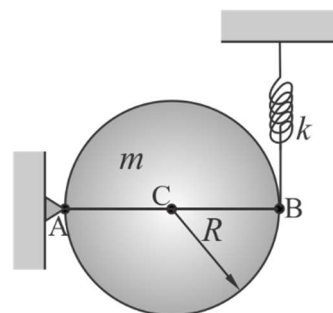
Slika uz zadatak 4.

5. Homogena kruta lopta mase m može da rotira bez trenja oko tanke horizontalne nepokretne osovine koja prolazi kroz krajnju tačku A prečnika AB, normalno na glavni kružni presek lopte. U krajnjoj tački B prečnika AB ($\overline{AB} = 2R$; videti sliku uz zadatak) za loptu je vezana laka vertikalno postavljena opruga koeficijenta krutosti k koja je svojim drugim krajem zakačena za tavanicu. U statičkoj ravnoteži prečnik AB ima horizontalni položaj, a opruga je istegnuta za y_0 . Ubrzanje Zemljine teže je g . Odrediti:

(a) [30] y_0 ;

(b) [20] silu reakcije osovine na loptu u statičkoj ravnoteži;

(c) [50] period malih oscilacija lopte oko ravnotežnog položaja.



Slika uz zadatak 5.

6. (a) [50] (*Teorijsko pitanje*) Izvesti izraz za izbijanje pri superpoziciji dva talasa bliskih frekvencija za uprošćeni slučaj kada su amplitude talasa iste. Skicirati vremensku zavisnost resultantnog talasa u određenoj tački prostora i naznačiti relevantni vremenski interval vezan za izbijanje. Objasniti pojam grupne brzine.
- (b) [50] (*Zadatak*) Duž pravca normale na pokretan zid nalaze se nepokretan prijemnik i nepokretan izvor zvuka frekvencije $f_0 = 2$ kHz. Ukoliko zid počne da se udaljava od izvora i prijemnika duž posmatranog pravca brzinom $v = 1$ m/s, odrediti frekvenciju izbijanja koju registruje prijemnik. Brzina zvuka u vazduhu je $c = 340$ m/s.
-

Opšte napomene:

1) Na vrhu korica vežbanke na sredini napisati **oznaku grupe i ime predmetnog nastavnika kod koga ste zvanično raspoređeni da slušate predavanja:**

J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3).

2) Ispit se polaže na dva načina: **(1) integralno ili (2) izradom II kolokvijuma.**

3) **Studenti koji rade samo drugi kolokvijum u gornjem levom uglu na koricama vežbanke treba da napišu K2 i rade zadatke 3-6 za vreme 3 h. Poželjno je DA U POLJA NA KORICAMA VEŽBANKE ispod brojeva 1 i 2 upišu K1, čime su se opredelili da im se priznaju bodovi sa I kolokvijuma.**

4) **Studenti koji polažu ispit integralno rade SVE ZADATKE (1-6) za vreme 3 h. Studentima koji nisu ništa napisali u gornjem levom uglu na koricama vežbanke ispit se pregleda kao integralni. Ukoliko je student radio integralni ispit, ne priznaje mu se parcijalno jedan deo!**

5) *Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati jasno označiti na koricama sveske (u odgovarajućoj rubrici) oznakom X.*

6) Na koricama vežbanke (u gornjem desnom uglu) treba napisati broj poena sa prijemnog ispita iz fizike (ako je rađen 2024. godine), u formi PR-ISP = ... poena. Ako nije rađen, napisati PR-ISP = NE. Ako znate da ste imali poene iz fizike na prijemnom, ali niste sigurni tačno koliko, napisati PR-ISP = ?. Ukoliko student ne stavi nikakvu oznaku za prijemni ispit, poeni sa prijemnog ispita mu se neće uzeti u obzir pri formiranju ocene.

7) *Dozvoljena je upotreba neprogramibilnih kalkulatora i grafitne olovke minimalne tvrdoće B2.*

8) **List sa tekstom zadataka poneti sa sobom. Ne ostavljati ga u vežbanci.**

9) Ispit se može napustiti po isteku **najmanje jednog sata** od početka ispita.

10) **Kompletan odgovor na teorijsko pitanje podrazumeva prikaz relevantne/ih skice/a, izvođenja i ispisivanje pratećeg teksta. Vektori moraju biti jasno obeleženi tako da se razlikuju od skalara.**

11) **Ako student nastavlja izradu zadatka, neophodno je da na mestu prekida izrade zadatka jasno naznači da nastavak postoji. Ukoliko se više zadataka (ili delova) radi na istoj strani, neophodno je rastaviti ih horizontalnom linijom preko cele širine stranice. Ne preskakati listove u vežbanci. Ukoliko se ostave prazne stranice između zadataka, a ne popune se do predaje vežbanke, precrtati ih.**

Fizika 1, ETF, Beograd
Oktoibar 1 ispitni rok 2025. godine
Rešenja zadataka

1. (a) Videti skripta i beleške sa predavanja školske 2024/25.

(b) Tangencijalno i normalno ubrzanje su $a_\tau = \alpha R$ i $a_n = \omega^2 R$, respektivno. Prema uslovu u zadatku sledi $a_\tau = a_n$ pa je $\omega = \sqrt{\alpha}$. Kako je za date uslove u zadatku $\omega = \alpha t$ dobija se $t = \omega / \alpha = 1 / \sqrt{\alpha} = 2 \text{ s}$.

2. (a) Jednačina kretanja tela (za referentni sistem usmeren vertikalno naniže) je

$$mg - kv^2 = m dv / dt = m v dv / dx. \quad (1)$$

Diferencijalna jednačina (1) se rešava razdvajanjem promenljivih i integracijom u granicama (uslovima) koji su dati u zadatku

$$\int_{v_0}^{v_{\max}} v dv / (g - kv^2 / m) = \int_0^h dx. \quad (2)$$

Iz (2) sledi

$$v_{\max} = \left\{ \frac{m}{k} \left[g - \left(g - kv_0^2 / m \right) \exp(-2kh / m) \right] \right\}^{1/2}.$$

(b) Ako je visina sa koje je telo izbačeno velika, tj. ako je $h \gg m / (2k)$, tada je $\exp(-2kh / m) \cong 0$ i telo se kreće graničnom brzinom $v_{\max} = v_{gr} = (mg / k)^{1/2}$.

3. (a) Videti skripta i beleške sa predavanja školske 2024/25.

(b1) Radi se o direktnom problemu dinamike:

$$\vec{F} = m(\ddot{x}\vec{e}_x + \ddot{y}\vec{e}_y) = -m(\omega_x^2 x_0 \cos(\omega_x t) \vec{e}_x + \omega_y^2 y_0 \cos(\omega_y t) \vec{e}_y) = -m(\omega_x^2 x \vec{e}_x + \omega_y^2 y \vec{e}_y).$$

(b2) Da bi sila bila centralna usmerena ka centru, mora važiti $\omega_y = \omega_x$. Tada je $\vec{F} = -m\omega_x^2 \vec{r}$.

(b3) Na osnovu $F_x = -\partial E_p / \partial x$ i $F_y = -\partial E_p / \partial y$, za datu referentnu tačku, sledi

$$E_p(x, y) = \frac{1}{2} m \omega_x^2 (x^2 + y^2).$$

Ovo je slučaj tzv. izotropnog dvodimenzionalnog linearnog harmonijskog oscilatora.

4. Na osnovu zakona održanja količine kretanja:

$$mv = (m + M)V_{CM} \cong MV_{CM} \Rightarrow V_{CM} \cong \frac{m}{M} v.$$

Na osnovu zakona održanja momenta količine kretanja u odnosu na pol u centru mase valjka ($I_{CM} = MR^2 / 2$):

$$\frac{R}{2} mv \cong I_{CM} \omega \Rightarrow \omega \cong \frac{mvR}{2I_{CM}} = \frac{m}{M} \frac{v}{R}.$$

Kinetička energija nakon udarca metka je:

$$E_k = \frac{MV_{CM}^2}{2} + \frac{I_{CM}\omega^2}{2} \cong \frac{3}{4} \frac{m^2}{M} v^2.$$

Napomena: Ukoliko se ne usvoji aproksimacija $m \ll M$, dobija se:

$$E_k = \frac{1}{2} \frac{m^2}{M + m} v^2 \left[1 + \frac{1}{2} \frac{M(M + 3m)}{(M + 2m)^2} \right].$$

5. (a) Na osnovu uslova ravnoteže za momente sila

$$mgR - ky_0 2R = 0$$

sledi:

$$y_0 = \frac{mg}{2k}.$$

(b) Na osnovu uslova ravnoteže za sile

$$N + k\left(\frac{mg}{2k}\right) = mg$$

sledi

$$N = \frac{mg}{2}.$$

(c) Momentna jednačina za loptu je:

$$I_A \ddot{\theta} = -k(y_0 + y)2R \cos \theta + mgR \cos \theta,$$

gde je

$$I_A = I_{CM} + mR^2 = \frac{2}{5}mR^2 + mR^2 = \frac{7}{5}mR^2$$

moment inercije lopte u odnosu na osu obrtanja (koja prolazi kroz tačku A), a $y \cong 2R\theta$ i $\cos \theta \approx 1$ za male oscilacije. Na osnovu $y_0 = mg/2k$, momentna jednačina za loptu je:

$$\frac{7}{5}mR^2 \ddot{\theta} = -ky2R = -k(2R\theta)2R.$$

Odavde:

$$\ddot{\theta} + \frac{20}{7} \frac{k}{m} \theta = 0.$$

Period oscilacija je

$$T = \pi \sqrt{\frac{7}{5} \frac{m}{k}}.$$

6. (a) Videti skripta i beleške sa predavanja školske 2024/25.

(b) Prijemnik registruje frekvenciju $f_1 = f_0$ talasa koji se direktno prostire od izvora ka prijemniku. Deo talasa se kreće ka zidu, reflektuje i vraća ka prijemniku. Frekvencija koju bi registrovao prijemnik na zidu koji se udaljava od izvora je

$$f' = f_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right). \quad (1)$$

Zvuk se reflektuje o zid koji se, stoga, može posmatrati kao izvor frekvencije f' koji se udaljava od prijemnika brzinom v , pa je frekvencija koju registruje prijemnik:

$$f_2 = \frac{f'}{1 + v/c} = f_0 \frac{1 - v/c}{1 + v/c}. \quad (2)$$

Frekvencija izbijanja je:

$$f_{izb} = |f_2 - f_1| = f_0 - f_0 \frac{1 - v/c}{1 + v/c} = f_0 \frac{2v/c}{1 + v/c} = 11,73 \text{ Hz}. \quad (3)$$

Beograd, 19. 10. 2025.

Predmetni nastavnici