ISPIT IZ FIZIKE 1

Septembarski ispitni rok

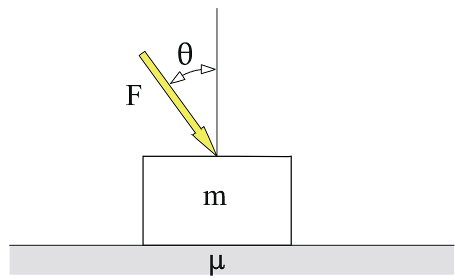
(Ispit traje 3 sata) ETF, Beograd, 19.09.2019.

1. (a) [50] (***Teorijsko pitanje***) Izvesti izraze za brzinu i ubrzanje u cilindričnom koordinatnom sistemu.

(b) [50] Parametarske jednačine kretanja materijalne tačke u cilindričnom koordinatnom sistemu su $\rho = R$, $\varphi = \omega t$ i $z = ct$, gde su R, ω i c pozitivne realne konstante. Naći intenzitete vektora brzine, ubrzanja i sektorske brzine.

2. (a) [50] (***Teorijsko pitanje***) Njutnova sila suvog trenja klizanja.

(b) [50] Telo mase m se nalazi na horizontalnoj podlozi. Vrednost koeficijenta trenja između tela i podloge je μ. Sila intenziteta F deluje u vertikalnoj ravni pod uglom $\theta \in (0, \pi/2)$ ka telu kao na slici uz zadatak. Izvesti potrebne i dovoljne uslove koje moraju zadovoljiti vrednosti F i θ da bi se telo pokrenulo po podlozi.



Slika uz zadatak 2

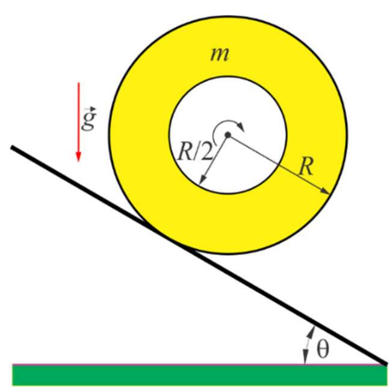
---

3. (a) [50] (***Teorijsko pitanje***) Materijalna tačka se kreće u *xy* ravni samo pod dejstvom konzervativne sile $\vec{F}$ tako da je poznata funkcija potencijalne energije $E_p(x, y)$. Izvesti izraz za silu $\vec{F}$.

(b) [50] Funkcija potencijalne energije materijalne tačke mase *m* koja se kreće u *xy* ravni samo pod dejstvom konzervativne sile $\vec{F}$ je $E_p(x, y) = k(x^2 + y^2)/2$, $k = const > 0$. U početnom trenutku vektor položaja materijalne tačke je $\vec{r}(t = 0) = p\vec{e}_x + p\vec{e}_y$, $p > 0$, a vektor brzine je $\vec{v}(t = 0) = -q\vec{e}_x - q\vec{e}_y$, $q > 0$, gde su $\vec{e}_x$ i $\vec{e}_y$ jedinični vektori Dekartovih koordinatnih osa. Odrediti brzinu materijalne tačke pri prolasku kroz koordinatni početak.

4. (a) [50] (***Teorijsko pitanje***) Formulisati i dokazati teoremu o promeni momenta količine kretanja mehaničkog sistema za nepokretnu momentnu tačku u inercijalnom referentnom sistemu.

(b) [50] Homogeni šuplji valjak mase *m* kotrlja se bez klizanja niz strmu ravan nagibnog ugla θ (videti sliku uz zadatak). Osnova valjka je oblika prstena unutrašnjeg poluprečnika *R*/2 i spoljašnjeg poluprečnika *R*, a ubrzanje Zemljine teže je *g*. Odrediti intenzitet sile trenja koja deluje na telo pri ovom kretanju.



Slika uz zadatak 4

5. (a) [30] Kuglica gustine ρ_k je vertikalno okačena za nepomičan plafon o idealnu oprugu krutosti k i potpuno potopljena u nepokretnu posudu sa uljem gustine $\rho_u < \rho_k$. Pored gravitacione sile i restitucione sile, koja je posledica elastične deformacije opruge, na kuglicu u viskoznoj sredini deluju sila potiska $\vec{F}_{pot} = -\rho_u V \vec{g}$ i otporna sila koja je data Stoksovim zakonom $\vec{F}_{otp} = -6\pi\eta R\vec{v}$, gde je V zapremina kuglice, a $\vec{v}$ vektor brzine kuglice. Smatra se da su poznati: η koeficijent dinamičke viskoznosti, R poluprečnik kuglice i g gravitaciono ubrzanje. Naći elongaciju opruge l_0 kada kuglica miruje.

(b) [70] (***Teorijsko pitanje***) Kuglica razmatrana u tački (a) izvede se iz ravnotežnog položaja za vrednost $x_r(0) = x_0$ (*napomena*: koordinatni početak je postavljen u ravnotežan položaj) i pusti da osciluje bez početne brzine ($v(0) = 0$). Izvesti izraz za vremensku zavisnost izduženja opruge $x_r(t)$ u odnosu na ravnotežan položaj kada su oscilacije slabo prigušene, što je slučaj kvaziperiodičnog (podamortizovanog) kretanja. Definisati i izvesti izraze za logaritamski dekrement prigušenja i faktor dobrote oscilatora.

6. (a) [50] (***Teorijsko pitanje***) Izvesti izraz za grupnu brzinu talasa. Poznata je zavisnost kružne frekvencije talasa od talasnog broja (disperziona relacija) $\omega = \omega(k)$.

Uputstvo: Formirati grupu koja se sastoji od dva talasa sa malom razlikom frekvencije i talasnog broja i posmatrati kretanje obvojnice amplituda talasa.

(b) [50] Dva oscilatora, frekvencija $f_1 = 20\,\mathrm{Hz}$ i $f_2 = 24\,\mathrm{Hz}$, nalaze se jedan pored drugog i generišu prostoperiodične talase u disperzivnoj sredini. Disperziona relacija za ovu sredinu glasi

$$\omega^2 = \omega_0^2 + c^2 k^2 ,$$

gde je $\omega_0 = 36\pi\,\mathrm{s}^{-1}$ i brzina talasa $c = 7\ \mathrm{m/s}$. Odrediti fazne brzine i talasne dužine ovih talasa kao i grupnu brzinu rezultujućeg talasa.

Opšte napomene:

1) *Na vrhu naslovne strane vežbanke napisati* ***oznaku grupe*** *i* ***ime predmetnog nastavnika*** *kod koga ste zvanično raspoređeni da slušate predavanja:*
J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3).
2) **Studenti koji su zadovoljni poenima ostvarenim na kolokvijumu u tekućoj školskoj godini rade ZADATKE 3-6 za vreme 3 h. Na naslovnoj strani vežbanke, u polju rednih brojeva 1 i 2, treba da upišu oznaku *K*1 da bi poeni ostvareni na kolokvijumu bili priznati.**
3) **Studenti koji nisu radili kolokvijum ili koji nisu zadovoljni poenima ostvarenim na kolokvijumu u tekućoj školskoj godini rade SVE ZADATKE (1-6) za vreme 3 h.**
4) *Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati jasno označiti na koricama sveske (u odgovarajućoj rubrici) oznakom X.*
5) Na koricama vežbanke (u gornjem desnom uglu) treba napisati broj poena sa prijemnog ispita iz fizike (ako je rađen 2018. godine), u formi PR-ISP = ... poena. Ako nije rađen, napisati PR-ISP = NE. Ako znate da ste imali poene iz fizike na prijemnom, ali niste sigurni tačno koliko, napisati PR-ISP = ?
6) *Dozvoljena je upotreba neprogramibilnih kalkulatora i grafitne olovke.*
7) **List sa tekstom zadataka poneti sa sobom, ne ostavljati list u vežbanci.**
8) Ispit se može napustiti po isteku **najmanje jednog sata** od početka ispita.

Rešenja zadataka, Fizika 1, ETF, Beograd
septembarski ispitni rok 2019.

1. (a) Videti predavanja i skripta.

(b) Komponente vektora brzine u cilindričnom koordinatnom sistemu su:

$$v_\rho = \dot{\rho} = 0; \quad v_\varphi = \rho\dot{\varphi} = \omega R; \quad v_z = \dot{z} = c.$$

Intenzitet vektora brzine je:

$$v = \sqrt{v_\rho^2 + v_\varphi^2 + v_z^2} = \sqrt{\omega^2 R^2 + c^2}.$$

Komponente vektora ubrzanja u cilindričnom koordinatnom sistemu su:

$$a_\rho = \ddot{\rho} - \rho\dot{\varphi}^2 = -\omega^2 R; \quad a_\varphi = 2\dot{\rho}\dot{\varphi} + \rho\ddot{\varphi} = 0; \quad a_z = \ddot{z} = 0.$$

Intenzitet vektora ubrzanja je:

$$a = \sqrt{a_\rho^2 + a_\varphi^2 + a_z^2} = \omega^2 R.$$

Vektor sektorske brzine je:

$$\vec{v}_S = \frac{1}{2}\vec{r} \times \vec{v} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} \vec{e}_\rho & \vec{e}_\varphi & \vec{e}_z \\ R & 0 & ct \\ 0 & \omega R & c \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\left(-\omega R c t \vec{e}_\rho - Rc\vec{e}_\varphi + \omega R^2 \vec{e}_z\right).$$

Intenzitet vektora sektorske brzine je:

$$v_S = \frac{R\sqrt{(\omega c t)^2 + c^2 + (\omega R)^2}}{2}.$$

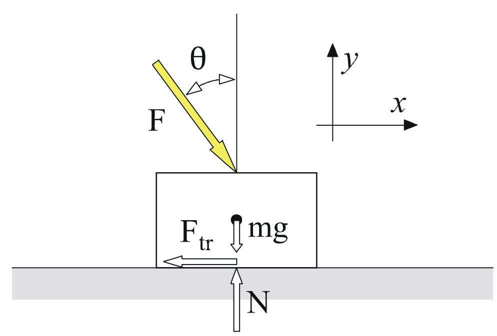
2. (a) Videti predavanja i skripta.

(b) Silu koja pokreće telo razložimo na komponente duž x i z ose. Prema slici uz rešenje zadatka jednačine kretanja tela po ovim osama su:

$$x: \; F\sin\theta - F_{tr} = ma_x,$$
$$y: \; N - F\cos\theta - mg = 0. \qquad (1)$$

Za pokretanje tela duž x ose treba da bude ispunjen uslov $a_x > 0$. Tada je $F_{tr} = \mu N$. Iz (1) sledi

$$F(\sin\theta - \mu\cos\theta) > \mu mg. \qquad (2)$$



Slika uz rešenje zadatka 2

Kako je desna strana nejednačine (2) pozitivna dati uslov će biti ispunjen ako je prvo:

$$\sin\theta - \mu\cos\theta > 0, \; \Rightarrow \; \theta > \mathrm{arctg}\,(\mu). \qquad (3)$$

Ako uslov (3) nije ispunjen tada ni za koju vrednost $F > 0$ neće biti ispunjen uslov (2) odnosno telo se neće pokrenuti. Međutim, uslov (3) je samo potreban ali ne i dovoljan uslov za pokretanje tela. Nužno je da je zadovoljen i uslov (2) tj.

$$F > \frac{\mu mg}{\sin\theta - \mu\cos\theta}.$$

3. (a) Videti predavanja i skripta.
(b) Kod konzervativnog polja sila je definisana sa

$$\vec{F} = -\mathrm{grad}\, E_p = -\left[\frac{\partial E_p}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial E_p}{\partial y}\vec{e}_y\right] = -k\left(x\vec{e}_x + y\vec{e}_y\right) = -k\vec{r}. \tag{1}$$

Ukupna mehanička energija je za konzervativne sile konstantna i može se naći ako su poznate koordinate i brzina tela u nekoj tački. Za navedeni početni trenutak sledi

$$E = E_p + E_k = kp^2 + mq^2 = Const, \tag{2}$$

odnosno za prolaz kroz koordinatni početak

$$E = E_p + E_k = 0 + mv^2/2\,, \tag{3}$$

jer je potencijalna energija materijalne tačke pri prolasku kroz koordinatni početak jednaka nuli. Na osnovu zakona o održanju mehaničke energije (2) i (3) brzina materijalne tačke pri prolasku kroz ravnotežni položaj je:

$$v = \sqrt{\frac{2}{m}(kp^2 + mq^2)}.$$

4. (a) Videti predavanja i skripta.
(b) Videti predavanja i skripta. Moment inercije je:

$$I = \frac{m(R^2/4 + R^2)}{2} = \frac{5}{8}mR^2.$$

Momentna jednačina je:

$$\frac{5}{8}mR^2\frac{a_C}{R} = RF_{tr}.$$

Jednačina kretanja centra mase je:

$$ma_C = mg\sin\theta - F_{tr}.$$

Odavde sledi:

$$F_{tr} = \frac{5}{13}mg\sin\theta.$$

5. (a) U ravnotežnom položaju:

$$0 = m\vec{g} + \vec{F}_{pot} + \vec{F}_{el},$$

odakle se dobija:

$$0 = \rho_k Vg - \rho_u Vg - kl_0,$$

pa je elongacija opruge u ravnotežnom položaju:

$$l_0 = \frac{\rho_k - \rho_u}{k}\frac{4}{3}R^3\pi g,$$

gde je zapremina kuglice $V = 4R^3\pi/3$.

(b) Videti predavanja i skripta: *Uticaj konstantne sile na linearni harmonijski oscilator*.
Za koordinatni početak postavljen u ravnotežan položaj u kojem je opruga istegnuta za l_0 jednačina kretanja je:

$$m\ddot{x}_r = -kx_r - 6\pi\eta Rv,$$

što se svodi na jednačinu za prigušeni linearni harmonijski oscilator:

$$\ddot{x}_r + 2\alpha\dot{x}_r + \omega_0^2 x_r = 0,$$

gde je $\omega_0 = \sqrt{k/m}$, $\alpha = 3\pi\eta R/m$ i masa kuglice $m = \rho_k V = 4\rho_k R^3\pi/3$.
Za izvođenje vremenske zavisnost izduženja opruge, logaritamskog dekramenta i faktora dobrote videti predavanja i skripta.

6. (a) Videti predavanja i skripta.
(b) Videti rešenje zadatka 457 u knjizi Fizika-zbirka rešenih zadataka, Nikolic K., Marinković P., Cvetić J.

Predmetni nastavnici

J. Cvetić, M. Tadić i V. Arsoski