ISPIT IZ FIZIKE 1

Septembarski ispitni rok

(Ispit traje 3 sata) ETF, Beograd, 20.09.2022.

1. Parametarska jednačina kretanja materijalne tačke u ravni je $\rho(t) = \rho_0 e^{-\beta t}$, gde je ρ radijalna koordinata polarnog koordinatnog sistema, a ρ_0 i β su pozitivne konstante. Radijalna projekcija vektora ubrzanja je $a_\rho(t) = 0$, vrednost polarnog ugla u početnom trenutku je $\varphi(t = 0) = 0$, a $\varphi(t)$ je rastuća funkcija vremena. Odrediti:

(a) [30] parametarsku jednačinu kretanja tačke $\varphi(t)$;

(b) [30] intenzitet vektora brzine tačke u funkciji vremena $v(t)$;

(c) [30] intenzitet vektora ubrzanja tačke u funkciji vremena $a(t)$;

(d) [10] ugao između vektora ubrzanja tačke i vektora položaja tačke u funkciji vremena $\gamma(t)$.

2. Telo mase m koje se može smatrati materijalnom tačkom izbačeno je u početnom vremenskom trenutku t_0=0 s vertikalno uvis sa površi Zemlje. Pored sile Zemljine teže intenziteta $F_g = mg$, gde je g ubrzanje Zemljine teže, na telo deluje otporna sila vazduha intenziteta $F_{ot} = kmv$, gde je v intenzitet brzine tela, a k pozitivna konstanta. Ako je intenzitet početne brzine tela $v_0 = g/k$, odrediti:
(a) [30] vremenski trenutak $t = t_1$ od početka kretanja tela u kojem telo dostiže svoj najviši položaj iznad površi Zemlje;
(b) [40] najveću visinu H iznad Zemljine površi koju telo dostigne pri svom kretanju.
(c) [30] Na drugom delu svoje trajektorije telo slobodno pada ka Zemlji pod dejstvom navedene otporne sile. Odrediti vremenski trenutak t_2 od početka kretanja tela ($t_2 > t_1$), u kojem intenzitet brzine ima vrednost $v(t = t_2) = v_0/2$.

---

3. (a) [70] Dve kuglice masa m_1 i m_2 kreću se duž istog pravca u istom smeru brzinama intenziteta v_{10} i v_{20}, redom. Za $v_{20} < v_{10}$ desi se čeoni elastični sudar između kuglica. Odrediti izraze za brzine kuglica nakon sudara.

(b) [30] Ako je $m_2 = 2m_1$ i $v_{20} = v_{10}/4$, odrediti brzinu prve kuglice nakon sudara.

4. (a) [30] Izvesti Steinerovu teoremu o paralelnim osama za planarnu rotaciju tela. Poznata je masa tela m, moment inercije tela za osu koja prolazi kroz centar mase tela I_{CM} i koja je paralelna sa osom oko koje telo rotira. Najkraće rastojanje između osa je d.

(b) [70] Homogeni valjak se kotrlja niz strmu ravan nagibnog ugla $\alpha = 60°$ bez početne brzine. Odrediti minimalnu vrednost koeficijenta trenja klizanja tako da se valjak kotrlja po strmoj ravni bez proklizavanja.

5. (a) [50] (***Teorijsko pitanje***) Izvesti izraz za zavisnost elongacije od vremena $x(t)$ za slučaj tela mase m koje na horizontalnoj idealno glatkoj podlozi vrši prinudne prostoperiodične oscilacije pod uticajem spoljašnje prostoperiodične sile. Na telo deluje otporna sila $\vec{F}_{otp} = -b\vec{v}$, gde je b koeficijent otporne sile sredine, a $\vec{v}$ vektor brzine tela. Poznat je koeficijent krutosti opruge k koja je jednim svojim krajem zakačena za telo, a drugim za nepokretan zid. Prinudna sila deluje u pravcu ose opruge. Proteklo je dovoljno dugo vreme od početka delovanja prinudne sile. Na osnovu izvedene zavisnosti $x(t)$ izvesti izraze za zavisnosti amplitude i faznog zaostajanja ovih oscilacija od kružne učestanosti prinudne sile.

(b) [25] (***Teorijsko pitanje***) Izvesti izraz za rezonantnu amplitudu oscilacija razmatranih pod (a) i odrediti maksimalnu vrednost koeficijenta otporne sile pri kojoj postoje uslovi za rezonanciju.

(c) [25] Malo telo mase m =0,5 g, zakačeno za nepokretan zid pomoću veoma duge opruge koeficijenta krutosti $k = 1{,}25 \cdot 10^{-2}$ N/m, vrši prinudne prostoperiodične oscilacije u sredini poznatog koeficijenta otporne sile $b = 3 \cdot 10^{-3}$ kg/s. Ako rezonantna amplituda oscilacija iznosi $A_{rez} = 0{,}5$ m, odrediti amplitudu prostoperiodične prinudne sile F_0.

6. Ravanski transverzalni talas se prostire u homogenoj elastičnoj sredini. Elongacija talasa se može opisati izrazom $y(x,t) = ae^{-\gamma x}\cos(\omega t - kx)$ gde su a, γ pozitivne konstante, ω kružna frekvencija i k talasni broj.

(a) [80] Za dati vremenski trenutak t naći apsolutnu vrednost fazne razlike između dve tačke u prostoru između kojih se amplitude talasa razlikuju za $\varepsilon = 1\%$.

(b) [20] Koliko iznosi apsolutna vrednost fazne razlike talasa u uslovima opisanim pod (a), ako je $\gamma = 0{,}42\ \mathrm{m}^{-1}$, a $\lambda = 0{,}5$ m ($\ln[1-\varepsilon] \cong -\varepsilon$, $\varepsilon << 1$).

Opšte napomene:

1) *Na vrhu naslovne strane vežbanke napisati* ***oznaku grupe*** *i* ***ime predmetnog nastavnika*** *kod koga ste zvanično raspoređeni da slušate predavanja:*

J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3).

2) **Studenti koji rade samo drugi kolokvijum u gornjem levom uglu na koricama vežbanke treba da napišu K2 i rade zadatke 3-6 za vreme 3 h. Poželjno je DA U KUĆICE NA KORICAMA VEŽBANKE ispod brojeva 1 i 2 upišu K1, čime su se opredelili da im se priznaju bodovi sa I kolokvijuma.**

3) **Studenti koji polažu ispit integralno rade SVE ZADATKE (1-6) za vreme 3 h. Studentima koji nisu ništa napisali u gornjem levom uglu na koricama vežbanke ispit se pregleda kao integralni. Ukoliko je student radio integralni ispit, ne može mu se parcijalno priznati jedan deo!**

4) *Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati jasno označiti na koricama sveske (u odgovarajućoj rubrici) oznakom X.*

5) Na koricama vežbanke (u gornjem desnom uglu) treba napisati broj poena sa prijemnog ispita iz fizike (ako je rađen 2021. godine), u formi PR-ISP = ... poena. Ako nije rađen, napisati PR-ISP = NE. Ako znate da ste imali poene iz fizike na prijemnom, ali niste sigurni tačno koliko, napisati PR-ISP = ? Ukoliko student ne stavi nikakvu oznaku za prijemni ispit, poeni sa prijemnog ispita mu se neće uzeti u obzir pri formiranju ocene.

6) *Dozvoljena je upotreba neprogramibilnih kalkulatora i grafitne olovke.*

7) **List sa tekstom zadataka poneti sa sobom, ne ostavljati list u vežbanci.**

8) Ispit se može napustiti po isteku **najmanje jednog sata** od početka ispita.

Fizika 1, ETF, Beograd
Septembarski ispitni rok 2022.
Rešenja zadataka

1. (a) Prema

$$a_\rho = \ddot{\rho} - \rho\,(\dot{\varphi})^2 = 0$$

i datim uslovima u tekstu zadatka sledi:

$$\varphi(t) = \beta t.$$

(b) Projekcije vektora brzine su

$$v_\rho = \dot{\rho} = -\rho_0 \beta e^{-\beta t},$$
$$v_\varphi = \rho\dot{\varphi} = \rho_0 \beta e^{-\beta t}.$$

Intenzitet brzine je

$$v(t) = \sqrt{v_\rho^2 + v_\varphi^2} = \sqrt{2}\rho_0 \beta e^{-\beta t}.$$

(c) Cirkularna projekcija vektora brzine je:

$$a_\varphi = \frac{1}{\rho}\frac{d}{dt}(\rho^2\dot{\varphi}) = -2\rho_0\beta^2 e^{-\beta t}.$$

Intenzitet vektora ubrzanja je:

$$a(t) = \sqrt{a_\rho^2 + a_\varphi^2} = 2\rho_0\beta^2 e^{-\beta t}.$$

(d) S obzirom da je radijalna projekcija ubrzanja jednaka nuli, $\gamma(t) = 90°$.

2. Videti rešenje zadatka 82. iz knjige P. Marinković, J. Cvetić, M. Tadić, „Fizika 1 – Zbirka ispitnih zadataka sa rešenjima".

(a) $t_1 = \frac{1}{k}\ln\left(1 + \frac{kv_0}{g}\right) = \frac{\ln(2)}{k}$.

(b) $H = \frac{v_0}{k} - \frac{g}{k^2}\ln\left(1 + \frac{kv_0}{g}\right) = \frac{g}{k^2}(1 - \ln(2))$.

(c) $t_2 = \frac{2\ln(2)}{k}$.

3. (a) Polazeći od zakona održanja količine kretanja i mehaničke energija:

Z.O.K.K.: $$m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = m_1 v_1 + m_2 v_2\,,$$

Z.O.M.E.: $$\frac{m_1 v_{10}^2}{2} + \frac{m_{20} v_{20}^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}\,,$$

dobijaju se brzine nakon sudara:

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{10} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{20},$$
$$v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{10} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_{20}.$$

(b) Zamenom u prethodne jednačine dobija se $v_1 = 0$.

4. (a) Videti predavanja školske 2021/22.

(b) Za rešenje zadatka može se iskoristiti rezultat iz zadatka br. 266 iz knjige „Fizika-zbirka rešenih zadataka" K.Nikolić, P.Marinković i J.Cvetić, gde je izvedena veza između sile trenja i vučne sile po horizontalnoj podlozi $F_{tr} = F/3$. U ovom zadatku je maksimalna sila trenja pri kotrljanju valjka $F_{tr} = \mu mg\cos\theta$ dok je vučna sila projekcija težine valjka duž strme ravni $F = mg\sin\theta$, sledi

$$F_{tr} = F/3 \rightarrow \mu = tg\theta/3 = 0{,}58.$$

5. (a), (b) Videti predavanja školske 2021/22.
(c) Videti rešenje zadatka br. 409 iz zbirke K. Nikolić, P. Marinković, J. Cvetić, Fizika: zbirka rešenih zadataka.

6. (a) Ako su x_1 i $x_2\,(>x_1)$ mesta na kojima je elongacija čestica sredine usled prolaska talasa $y_1 = a_1\cos(\omega t - kx_1)$ i $y_2 = a_2\cos(\omega t - kx_2)$, gde je $a_1 = ae^{-\gamma x_1}$ i $a_2 = ae^{-\gamma x_2}$, $y_2 < y_1$. Elongacija se razlikuje za $\varepsilon = 1\%$ odnosno

$$\varepsilon = \frac{a_1 - a_2}{a_1} \rightarrow \Delta x = x_2 - x_1 = -\frac{\ln(1-\varepsilon)}{\gamma}.$$

Faza talasa u posmatranim tačkama (u istom trenutku) je $\phi_1 = \omega t - kx_1$ i $\phi_2 = \omega t - kx_2$, apsolutna vrednost fazne razlike je

$$\Delta\phi = |\phi_2 - \phi_1| = k\Delta x = -\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\ln(1-\varepsilon)}{\gamma}.$$

(b) Prema uslovima u zadatku sledi $\Delta\phi \cong \frac{2\pi\varepsilon}{\lambda\gamma} = 0{,}3$ rad.

Beograd, 20.09.2022.

Predmetni nastavnici:

J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3)