

ISPIT IZ FIZIKE 1

Septembarski ispitni rok

(Ispit traje 3 sata)

ETF, Beograd, 22.9.2024.

1. (a) [50] (*Teorijsko pitanje*) Izvesti izraz za vektor ubrzanja u prirodnim koordinatama, polazeći od izraza za vektor brzine u ovim koordinatama.

(b) (*Zadatak*) Materijalna tačka se kreće usporeno po krugu poluprečnika R , tako da je u svakom trenutku intenzitet tangencijalnog ubrzanja jednak normalnom ubrzanju. Početna brzina materijalne tačke je v_0 . Odrediti:

(b1) [30] brzinu materijalne tačke $v(t)$ i trenutak τ u kojem je brzina $v(\tau) = v_0/2$ i

(b2) [20] put koji pređe materijalna tačka od početnog trenutka do trenutka τ .

2. Metak mase m se kreće horizontalno brzinom v_0 i prolazi kroz nepokretnu masivnu drvenu ploču. Ako je izlazna brzina metka v' , a intenzitet sile otpora kojom daska deluje na metak tokom kretanja $F = kv^2$, gde je v intenzitet brzine metka, a $k = \text{const}$, zanemarujući delovanje sile Zemljine teže, odrediti:

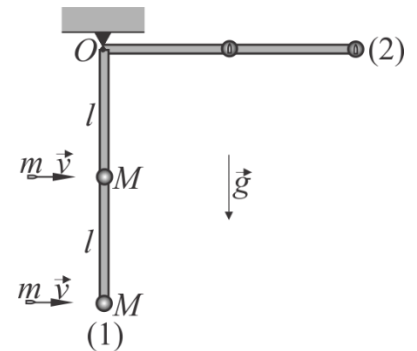
(a) [50] vreme prolaska metka kroz ploču i

(b) [50] debljinu ploče h .

3. Dve kuglice zanemarljivih poluprečnika, svaka mase M , čvrsto su spojene za dva tanka štapa zanemarljivo male mase (laka štapa) i iste dužine l , duž jednog pravca, tako da čine jedinstveno nehomogeno kruto telo mase $2M$ i dužine $2l$. Ovo telo obešeno je jednim svojim krajem o plafon i može da se obrće bez trenja i delovanja otporne sile sredine oko nepokretne ose koja prolazi kroz tačku vešanja O i normalna je na osu simetrije tela (normalna na ravan slike uz zadatak 3). U početnom vremenskom trenutku telo je postavljeno vertikalno i miruje (položaj (1) na slici), kada dva metka masa m i brzina istog intenziteta v (u odnosu na laboratoriju) istovremeno udare u kuglice, normalno na telo. Ovaj sudar tela i metaka je trenutani i idealno (potpuno) neelastičan. Ako se telo popne do krajnjeg horizontalnog položaja (položaj (2) na slici) samo pod dejstvom sile Zemljine teže (ubrzanje Zemljine teže je g) i tu zaustavi, odrediti:

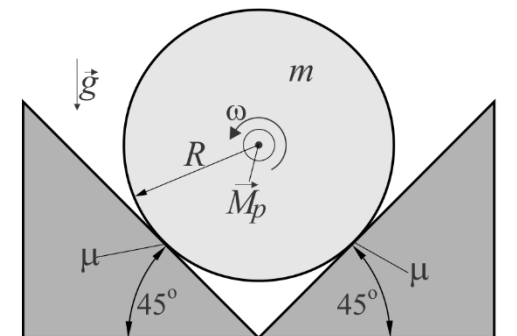
(a) [50] intenzitet brzine metaka v u početnom vremenskom trenutku;

(b) [50] ukupnu mehaničku energiju metaka transformisanu u toplotu.



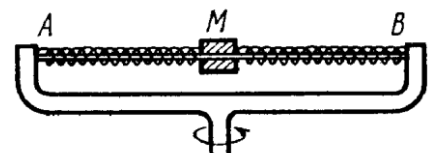
Slika uz zadatak 3.

4. [100] Puni homogeni valjak mase m i poluprečnika osnove R rotira oko tanke osovine (ose) koja prolazi kroz centar mase valjka i normalna je na osnovu, unutar nepokretnog žleba čije su strane nagnute pod uglom od 45° u odnosu na horizontalu (videti sliku uz zadatak 4). Vektor ugaone brzine rotacije valjka $\vec{\omega}$ održava se konstantnim tako što na valjak deluje moment pogonske sile \vec{M}_p (momentna tačka je u centru mase valjka, a vektor \vec{M}_p je orijentisan duž ose rotacije valjka i ima isti smer kao vektor ugaone brzine). Ako težina valjka deluje samo na žleb (osovina nije opterećena pri rotaciji valjka), za dato m , R , ubrzanje Zemljine teže g i koeficijent trenja između valjka i zidova žleba μ , odrediti $M_p = |\vec{M}_p|$.



Slika uz zadatak 4.

5. (a) [30] (*Teorijsko pitanje*) Izvesti izraz za period malih ugaonih oscilacija fizičkog klatna oko nepokretne horizontalne ose u Zemljinom gravitacionom polju. Poznata je masa tela, moment inercije tela oko ose koja prolazi kroz centar mase (CM), njeno rastojanje od ose rotacije i ubrzanje Zemljine teže g .



Slika uz zadatak 5.

(b) (**Zadatak**) Uređaj na slici uz zadatak 5 se sastoji od malog tega M mase m , koji može da klizi po glatkom tankom štapu AB. Sa obe strane M jednim krajem je zakačena po jedna opruga koja je svojim drugim krajem pričvršćena za tačke A i B štapa. U stanju mirovanja uređaja M je na sredini štapa AB, opruge su nenapregnute, iste dužine i konstante krutosti k . Uređaj može da rotira oko vertikalne ose koja prolazi kroz M u mirovanju (videti sliku uz zadatak 5). Kada uređaj rotira ugaonom brzinom Ω , a M se izvede iz ravnotežnog položaja, izračunati:

(b1) [50] period malih oscilacija M oko ravnotežnog položaja (oko tačke u centru štapa);

(b2) [20] minimalnu ugaonu brzinu uređaja pri kojoj prestaje oscilovanje M oko tačke u centru štapa.

6. (a) [60] (**Teorijsko pitanje**) Polazeći od talasne funkcije inicijalnog talasa, izraza za refleksiju i pravila superpozicije, izvesti izraz za transverzalni stojeći talas na zategnutoj žici. Krajnji izraz dati u funkciji veličina koje figurišu u izrazu za inicijalni talas. Koordinatni početak postaviti na jedan od fiksiranih krajeva žice. Na osnovu finalnog izraza skicirati tri moda najniže učestanosti, izvesti izraze za frekvencije modova i položaj čvorova i trbuha stojećeg talasa.

(b) (**Zadatak**) Na žici mase $m = 2,5$ g i dužine $L = 80$ cm, koja je zategnuta silom $F = 326$ N, formira se četvrti mod stojećeg transverzalnog talasa, pri čemu amplituda transverzalnog pomeraja delića žice na mestima trbuha iznosi 10 mm. Odrediti:

(b1) [20] frekvenciju formiranog moda i

(b2) [20] maksimalnu transverzalnu brzinu delića žice na rastojanju 18 cm od mesta na kojem je žica fiksirana.

Opšte napomene:

1) Na vrhu korica vežbanke na sredini napisati **oznaku grupe i ime predmetnog nastavnika kod koga ste zvanično raspoređeni da slušate predavanja: J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3)**.

2) Ispit se polaže na dva načina: (1) **integralno** ili (2) **izrdom II kolokvijuma**.

3) **Studenti koji rade samo drugi kolokvijum u gornjem levom uglu na koricama vežbanke treba da napišu K2 i rade zadatke 3-6 za vreme 3 h. Poželjno je DA U POLJA NA KORICAMA VEŽBANKE ispod brojeva 1 i 2 upišu K1, čime su se opredelili da im se priznaju bodovi sa I kolokvijuma.**

4) **Studenti koji polažu ispit integralno rade SVE ZADATKE (1-6) za vreme 3 h. Studentima koji nisu ništa napisali u gornjem levom uglu na koricama vežbanke ispit se pregleda kao integralni. Ukoliko je student radio integralni ispit, ne priznaje mu se parcijalno jedan deo!**

5) *Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati jasno označiti na koricama sveske (u odgovarajućoj rubrici) oznakom X.*

6) Na koricama vežbanke (u gornjem desnom uglu) treba napisati broj poena sa prijemnog ispita iz fizike (ako je rađen 2023. godine), u formi PR-ISP = ... poena. Ako nije rađen, napisati PR-ISP = NE. Ako znate da ste imali poene iz fizike na prijemnom, ali niste sigurni tačno koliko, napisati PR-ISP = ?. Ukoliko student ne stavi nikakvu oznaku za prijemni ispit, poeni sa prijemnog ispita mu se neće uzeti u obzir pri formiranju ocene.

7) *Dozvoljena je upotreba neprogramibilnih kalkulatora i grafitne olovke minimalne tvrdoće B2.*

8) **List sa tekstom zadataka poneti sa sobom. Ne ostavljati ga u vežbanci.**

9) Ispit se može napustiti po isteku **najmanje jednog sata** od početka ispita.

10) **Kompletan odgovor na teorijsko pitanje podrazumeva prikaz relevantne/ih skice/a, izvođenja i ispisivanje pratećeg teksta. Vektori moraju biti jasno obeleženi tako da se razlikuju od skalara.**

11) **Ako student nastavlja izradu zadatka, neophodno je da na mestu prekida izrade zadatka jasno naznači da nastavak postoji. Ukoliko se više zadataka (ili delova) radi na istoj strani, neophodno je rastaviti ih horizontalnom linijom preko cele širine stranice. Ne preskakati listove u vežbanci. Ukoliko se ostave prazne stranice između zadataka, a ne popune se do predaje vežbanke, precrtati ih.**

Fizika 1, ETF, Beograd
Septembarski ispitni rok 2024. godine
Rešenja zadataka

1. (a) Videti skripta i predavanja školske 2023/24. godine.

(b1) Materijalna tačka se kreće usporeno i $|a_\tau| = a_n$, pa je:

$$a_\tau = -a_n \Rightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{v^2}{R},$$

odakle se dobija jednačina:

$$-\frac{dv}{v^2} = d\left(\frac{1}{v}\right) = \frac{dt}{R}.$$

Integracijom prethodne jednačine, uz poznati početni uslovi za brzinu $v(0) = v_0$, dobija se:

$$v(t) = \frac{ds(t)}{dt} = \frac{Rv_0}{R + v_0 t} \geq 0.$$

Zamenom $v(\tau) = v_0/2$ u prethodni izraz, dobija se $\tau = R/v_0$.

(b2) Integracijom prethodnog izraza (uz $s(0) = 0$) dobija se vremenska zavisnost pređenog puta:

$$s(t) = R \ln \left| 1 + \frac{v_0 t}{R} \right|.$$

Do trenutka τ , tačka je prešla put $s(\tau) = R \ln \left| 1 + \frac{v_0 \tau}{R} \right| = R \ln 2$.

2. (a) Jednačina kretanja metka pisana po pravcu i smeru ulazne brzine je

$$m \frac{dv}{dt} = -kv^2, \quad \frac{dv}{v^2} = -\frac{k}{m} dt. \quad (1)$$

Integracijom (1) po vremenu prema početnim uslovima se dobija

$$\int_{v_0}^{v'} \frac{dv}{v^2} = -\frac{k}{m} \int_0^\tau dt, \quad \tau = \frac{m}{k} \frac{v_0 - v'}{v_0 v'}.$$

(b) Smenom $dv/dt = v(dv/dx)$, jednačina (1) se može napisati u obliku

$$\frac{dv}{v} = -\frac{k}{m} dx. \quad (2)$$

Integracijom (2) po koordinati prema početnim uslovima sledi

$$\int_{v_0}^{v'} \frac{dv}{v} = -\frac{k}{m} \int_0^h dx, \quad h = \frac{m}{k} \ln \frac{v_0}{v'}.$$

3. (a) Prema zakonu o održanju momenta impulsa:

$$mvl + mv(2l) = 3mvl = I\omega = 5(M + m)l^2\omega.$$

Odavde sledi vrednost ugaone brzine tela neposredno posle sudara:

$$\omega = \frac{3mv}{5(M + m)l}.$$

Prema zakonu o održanju mehaničke energije:

$$\frac{1}{2}5(M + m)l^2\omega^2 + (M + m)gl = 2(M + m)g(2l).$$

Zamenom dobijenog izraza za ω u poslednju jednačinu dobijemo:

$$v = \left(\frac{M}{m} + 1\right) \sqrt{\frac{10}{3}gl}.$$

(b) Mehanička energija transformisana u toplotu je

$$Q = |\Delta E| = 2 \cdot \frac{mv^2}{2} + (M + m)gl - 2(M + m)g(2l).$$

Zamenom izraza za v u poslednji izraz:

$$Q = \frac{10M^2 + 11Mm + m^2}{3m} gl = \frac{(M + m)(10M + m)}{3m} gl.$$

4. Videti rešenje zadatka 178. iz "Fizika 1: Zbirka ispitnih zadataka sa rešenjima":

$$M_p = \frac{\sqrt{2}\mu}{1 + \mu^2} mgR.$$

5. (a) Videti skripta i predavanja školske 2023/24. godine.

(b1) U neinercijalnom sistemu, gde je koordinatna osa x vezana za osu štapa, jednačina kretanja tela koje je izvedeno iz ravnotežnog položaja je:

$$ma = m\ddot{x} = -2kx + m\Omega^2 x \rightarrow \ddot{x} + \left(\frac{2k}{m} - \Omega^2\right) x = 0.$$

Ugaona frekvencija malih oscilacija je $\omega = \sqrt{2k/m - \Omega^2}$, pa je period oscilacija $T = 2\pi/\sqrt{2k/m - \Omega^2}$.

(b2) Oscilatorno kretanje oko tačke na centru štapa prestaje kada je

$$\Omega \geq \sqrt{2k/m}.$$

6. (a) Videti skripta i predavanja školske 2023/24. godine.

(b1) Brzina transverzalnog talasa na žici je:

$$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} = 323 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

pa je frekvencija četvrtog moda:

$$f_4 = 4 \frac{c}{2L} \cong 807,5 \text{ Hz}.$$

(b2) Polazeći od izraza za stojeći talas dobijen pod (a) i nalaženjem (maksimuma) prvog izvoda po vremenu u tački na rastojanju $x = 18 \text{ cm}$ od kraja žice, dobija se izraz za amplitudu transverzalne brzine u tački x :

$$v_{y,\max}(x) = (2Y_0)\omega|\sin kx| \cong 15,7 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

gde je $2Y_0 = 10 \text{ mm}$, $\omega = 2\pi f_4 \cong 5074 \text{ rad/s}$ i $k = \omega/c = 2\pi/\lambda_4 = 5\pi \text{ rad/m}$.

Beograd, 22.9.2024.

Predmetni nastavnici

J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3)