

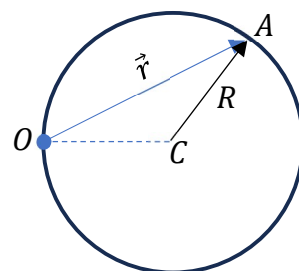
ISPIT IZ FIZIKE 1

Ispitni rok Septembar 2 (3 sata)

ETF, Beograd, 5.10.2025.

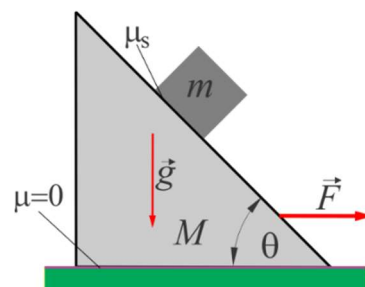
1. (a) [50] (**Teorijsko pitanje**) Izvesti izraze za vektore brzine i ubrzanja materijalne tačke u polarnom koordinatnom sistemu.

(b) [50] (**Zadatak**) Tačka A se kreće po kružnici poluprečnika R tako da radijus vektor $\vec{r}$, definisan u odnosu na nepokretnu tačku O koja se nalazi na kružnici (videti sliku), rotira konstantnom ugaonom brzinom ω_r . Naći intenzitet vektora brzine i ubrzanja tačke.



Slika uz zadatak 1.

2. [100] Blok mase m nalazi se na hrapavoj površi strme ravni mase M nagibnog ugla θ ($0 < \theta < 90^\circ$) postavljenoj na glatku horizontalnu podlogu ($\mu = 0$; videti sliku uz zadatak). Na strmu ravan deluje horizontalna sila intenziteta F , blok miruje u odnosu na strmu ravan, koeficijent statičkog trenja između bloka i strme ravni je μ_s , a ubrzanje Zemljine teže je g . Odrediti minimalnu vrednost F ($F = F_{\min}$) za koju blok miruje u odnosu na strmu ravan.

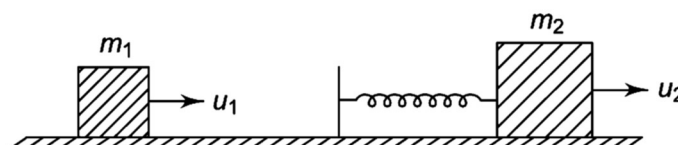


Slika uz zadatak 2.

3. Blok 1 mase $m_1 = m$ se kreće po horizontalnoj podlozi bez trenja brzinom $u_1 = 2u$ ka drugom bloku mase $m_2 = 3m$ koji se kreće u istom smeru brzinom $u_2 = u$. Opruga, dovoljne dužine i zanemarljive mase, koeficijenta krutosti k je prikačena na blok 2 i nenapregnuta je, kao što je prikazano na slici uz zadatak. Odrediti:

(a) [50] brzinu blokova 1 i 2 posle sudara u'_1 i u'_2 , respektivno (smatrati sudar završenim kada se opruga vrati u početno nesabijeno stanje, odnosno posle dovoljno dugo vremena od trenutka kada je počelo sabijanje opruge);

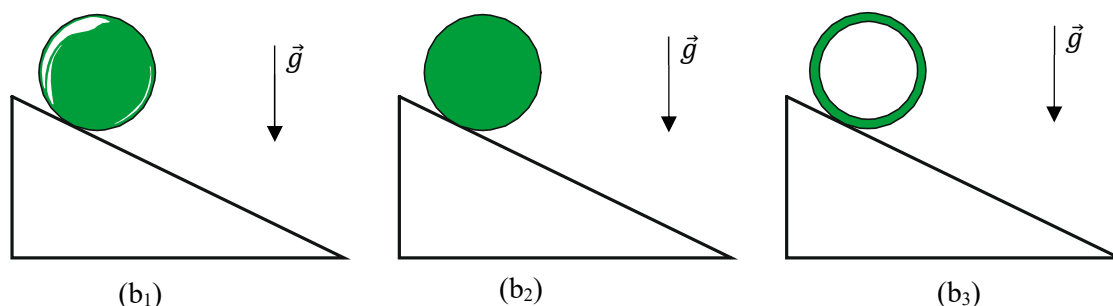
(b) [50] maksimalno sabijanje opruge Δx tokom sudara.



Slika uz zadatak 3.

4. (a) [50] (**Teorijsko pitanje**) Izvesti izraz za ukupnu kinetičku energiju krutog tela pri složenom ravanskom (komplanom) kretanju. Pri razmatranju rotacione komponente ravanskog kretanja pol postaviti u centar mase.

(b) [50] (**Zadatak**) Tri homogena tela, (b₁) lopta, (b₂) valjak i (b₃) tanki obruč (videti sliku uz zadatak), puštena su iz stanja mirovanja da se kotrljaju niz strmu ravan čiji se nagibni ugao može podešavati, a fiksiran je za posmatrano kretanje datog tela. Koeficijent trenja između svakog tela i strme ravni je μ . Odrediti kritične nagibne uglove strme ravni za loptu, valjak i obruč pri kojima počinje proklizavanje tela. Koji je ugao najveći?



Slika uz zadatak 4.

5. (a) (**Teorijsko pitanje**) (a1) [40] Izvesti izraz za elongaciju prigušenih oscilacija u funkciji vremena $x(t)$ ako je kretanje kvaziperiodično.
- (a2) [30] Za slabo prigušeno oscilatorno kretanje (koeficijent prigušenja mnogo manji od sopstvene kružne učestanosti oscilatora, $\alpha \ll \omega_0$), izvesti izraz za faktor dobrote (Q -faktor) oscilatora.
- (b) (**Zadatak**) Mehanička energija oscilatora smanji se 100 puta za vreme $t = 100$ s od početka oscilovanja. Ako je sopstvena kružna učestanost ovog oscilatora $\omega_0 = 10 \text{ s}^{-1}$, izračunati:
- (b1) [20] koeficijent prigušenja α ;
- (b2) [10] faktor dobrote oscilatora Q .

6. (a) [50] (**Teorijsko pitanje**) Doplerov efekat: Izvesti izraz za frekvenciju f koju detektuje prijemnik u slučaju kada se izvor (koji emituje talase frekvencije f_0) kreće, a prijemnik miruje. Poznata je projekcija vektora brzine na pravac koji spaja izvor i prijemnik.

(b) [50] (**Zadatak**) Izvor zvuka frekvencije $f_0 = 1800 \text{ Hz}$ kreće se brzinom $v = 170 \text{ m/s}$ duž pravolinijske putanje. Nepokretan posmatrač se nalazi na normalnom rastojanju $l = 200 \text{ m}$ od putanje izvora. Brzina zvuka u vazduhu je $c = 340 \text{ m/s}$. U početnom trenutku izvor je na velikom rastojanju od posmatrača ($\gg l$) i približava mu se. Izvor posmatrati kao tačkasti. Odrediti rastojanje posmatrača i izvora u trenutku kada posmatrač registruje frekvenciju f_0 .

Napomena: Uzeti u obzir da je zvuku, generisanom u određenom trenutku, potrebno konačno vreme da stigne do posmatrača. Uočiti da se izvor kreće velikom brzinom.

Opšte napomene:

1) Na vrhu korica vežbanke na sredini napisati **oznaku grupe i ime predmetnog nastavnika** kod koga ste zvanično raspoređeni da slušate predavanja:

J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3).

2) Ispit se polaže na dva načina: **(1) integralno ili (2) izradom II kolokvijuma.**

3) **Studenti koji rade samo drugi kolokvijum u gornjem levom uglu na koricama vežbanke treba da napišu K2 i rade zadatke 3-6 za vreme 3 h. Poželjno je DA U POLJA NA KORICAMA VEŽBANKE ispod brojeva 1 i 2 upišu K1, čime su se opredelili da im se priznaju bodovi sa I kolokvijuma.**

4) **Studenti koji polažu ispit integralno rade SVE ZADATKE (1-6) za vreme 3 h. Studentima koji nisu ništa napisali u gornjem levom uglu na koricama vežbanke ispit se pregleda kao integralni. Ukoliko je student radio integralni ispit, ne priznaje mu se parcijalno jedan deo!**

5) **Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati jasno označiti na koricama sveske (u odgovarajućoj rubrici) oznakom X.**

6) Na koricama vežbanke (u gornjem desnom uglu) treba napisati broj poena sa prijemnog ispita iz fizike (ako je rađen 2024. godine), u formi PR-ISP = ... poena. Ako nije rađen, napisati PR-ISP = NE. Ako znate da ste imali poene iz fizike na prijemnom, ali niste sigurni tačno koliko, napisati PR-ISP = ?. Ukoliko student ne stavi nikakvu oznaku za prijemni ispit, poeni sa prijemnog ispita mu se neće uzeti u obzir pri formiranju ocene.

7) **Dozvoljena je upotreba neprogramibilnih kalkulatora i grafitne olovke minimalne tvrdoće B2.**

8) **List sa tekstom zadataka poneti sa sobom. Ne ostavljati ga u vežbanci.**

9) Ispit se može napustiti po isteku **najmanje jednog sata** od početka ispita.

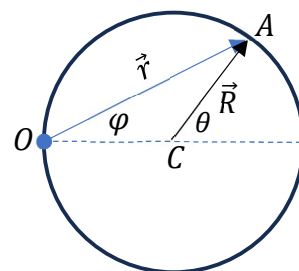
10) **Kompletan odgovor na teorijsko pitanje podrazumeva prikaz relevantne/ih skice/a, izvođenja i ispisivanje pratećeg teksta. Vektori moraju biti jasno obeleženi tako da se razlikuju od skalara.**

11) **Ako student nastavlja izradu zadatka, neophodno je da na mestu prekida izrade zadatka jasno naznači da nastavak postoji. Ukoliko se više zadataka (ili delova) radi na istoj strani, neophodno je rastaviti ih horizontalnom linijom preko cele širine stranice. Ne preskakati listove u vežbanci. Ukoliko se ostave prazne stranice između zadataka, a ne popune se do predaje vežbanke, precrtati ih.**

Fizika 1, ETF, Beograd
Septembar 2 ispitni rok 2025. godine
Rešenja zadataka

1. (a) Videti skripta i beleške sa predavanja školske 2024/25.

(b) Iz jednakokrakog trougla OCA sledi da je ugao θ koji sa polarnom osom (odnosno, sa OC) zaklapa vektor $\vec{R}$ (sa početkom u centru kružnice C i završetkom u tački A) dvostruko veći od ugla φ koji zaklapa vektor položaja $\vec{r}$, pa ugaona brzina kojom vektor $\vec{R}$ rotira oko C iznosi $\dot{\theta} = 2\dot{\varphi} = 2\omega_r = \text{const.}$ Znači, tačka se kreće konstantnom ugaonom brzinom po kružnici poluprečnika R , pa je intenzitet brzine tačke $v = \dot{\theta}R = 2\omega_r R = \text{const.}$, dok je intenzitet ubrzanja $a = a_n = \dot{\theta}^2 R = 4\omega_r^2 R = \text{const.}$ Smer vektora ubrzanja je ka centru kružnice C .



2. Rešimo zadatak u sistemu reference vezanom za Zemlju. Postavimo x -osu u pravcu i smeru sile $\vec{F}$, a y -osu normalno na ovaj pravac.

Za kretanje sistema strma ravan-blok:

$$(M + m)a = F.$$

Jednačina kretanja bloka u pravcu x -ose je

$$m \cdot a = N \sin \theta - F_{trs} \cos \theta.$$

Za maksimalnu silu trenja $F_{trs} = \mu_s N$ ubrzanje je minimalno i dakle $F = F_{min}$:

$$\frac{m}{M + m} F_{min} = N \sin \theta - \mu_s N \cos \theta.$$

Jednačina kretanja bloka u pravcu y -ose je

$$m \cdot 0 = N \cos \theta + F_{trs} \sin \theta - mg.$$

Za maksimalnu vrednost sile statičkog trenja $F_{trs} = \mu_s N$ i dati nagibni ugao θ , normalna sila je

$$N = \frac{mg}{\cos \theta + \mu_s \sin \theta}.$$

Zamenom izraza za normalnu silu, dobija se

$$F_{min} = \frac{\sin \theta - \mu_s \cos \theta}{\cos \theta + \mu_s \sin \theta} (M + m)g.$$

3. (a) Kada se opruga vrati u početno stanje (njena osnovna dužina) sudar je završen i blokovi 1 i 2 se kreću brzinama u'_1 i u'_2 , respektivno. Od tog trenutka u sistemu postoji samo kinetička energija blokova. Primenom zakona o održanju impulsa sledi

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 u'_1 + m_2 u'_2,$$

odnosno posle zamene vrednosti za mase i brzine

$$5u = u'_1 + 3u'_2, \quad (1)$$

Primenom zakona o održanju kinetičke energije sistema

$$m_1 u_1^2 / 2 + m_2 u_2^2 / 2 = m_1 u'^2_1 / 2 + m_2 u'^2_2 / 2.$$

odnosno

$$7u^2 = u'^2_1 + 3u'^2_2. \quad (2)$$

Rešavanjem sistema jednačina (1) i (2) sledi

$$u'_1 = u / 2, u'_2 = 3u / 2,$$

(b) Sabijanje opruga prestaje u trenutku kada je relativna brzina blokova jednaka nuli odnosno kada oba bloka imaju istu brzinu u_0 . Tada iz zakona o održanju impulsa sledi

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2) u_0,$$

odnosno posle zamene vrednosti za mase i brzine

$$u_0 = 5u / 4, \quad (3)$$

Primenom zakona o održanju ukupne energije sistema (kinetičke energije blokova i potencijalne energije opruge $E_p = k\Delta x^2 / 2$) sledi

$$m_1 u_1^2 / 2 + m_2 u_2^2 / 2 = (m_1 + m_2) u_0^2 / 2 + k\Delta x^2 / 2.$$

Posle zamene vrednosti za mase i brzine dobija se

$$\Delta x = u\sqrt{3m/k} / 2.$$

4. (a) Videti skripta i beleške sa predavanja školske 2024/25.

(b) Pri kretanju tela niz strmu ravan u tački dodira javlja se sila trenja pri kotrljanju suprotna vektoru brzine CM tela. Jednačina kretanja CM tela je (referentni smer je niz strmu ravan)

$$mg \sin \theta - F_{tr} = ma_{CM}, \quad (1)$$

gde je θ ugao strme ravni a a_{CM} ubrzanje centra mase. Momentna jednačina za rotaciju teča oko centra mase je

$$F_{tr}R = I_{CM}\alpha, \quad (2)$$

gde je $\alpha = a_{CM} / R$ (do trenutka proklizavanja) i I_{CM} moment inercije oko centra mase. Uslov proklizavanja je da sila trenja pri kotrljanju dostigne (maksimalnu) vrednost koja je jednaka sili trenja klizanja $F_{tr} = \mu N = \mu mg \cos \theta$. Iz (1) i (2) sledi

$$\tan \theta = (mR^2 / I_{CM} + 1) \mu. \quad (3)$$

Za loptu, valjak i obroč su momenti inercije oko centra mase $I_{CM b1} = 2mR^2 / 5$, $I_{CM b2} = mR^2 / 2$ i $I_{CM b3} = mR^2$ respektivno. Iz (3) sledi

$$\tan \theta_{b1} = 3.5 \mu, \tan \theta_{b2} = 3 \mu, \tan \theta_{b3} = 2 \mu. \quad (4)$$

Pošto je $\tan \theta$ rastuća funkcija u prvom kvadrantu to se iz (4) može zaključiti da će u slučaju lopte (b1) ugao pri kojem dolazi do proklizavanja biti najveći.

5. (a) Videti skripta i beleške sa predavanja školske 2024/25.

(b) Videti rešenje zadatka 228. iz Zbirke ispitnih zadataka sa rešenjima.

(b1) Koeficijent prigušenja je

$$\alpha = \frac{1}{2t} \ln 100 = 2,30 \times 10^{-2} \frac{1}{s}.$$

(b2) Faktor dobrote je približno

$$Q \approx \frac{\omega_0}{2\alpha} = 217.$$

6. (a) Videti skripta i beleške sa predavanja školske 2024/25.

(b) Pomeraj frekvencije ne postoji u trenutku kada je izvor naspram posmatrača (brzina izvora je normalna na pravac koji spaja izvor i posmatrača, te je njena projekcija na pravac 0). Za vreme koje je potrebno talasu da stigne do posmatrača $t = l/c$, izvor pređe put $vt = v l/c$, pa je ukupno rastojanje izvora i posmatrača:

$$s = \sqrt{l^2 + \left(\frac{vl}{c}\right)^2} = l \sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}} = 223,6 \text{ m}. \quad (1)$$

Beograd, 5.10.2025.

Predmetni nastavnici