ISPIT IZ FIZIKE 1

Septembarski ispitni rok

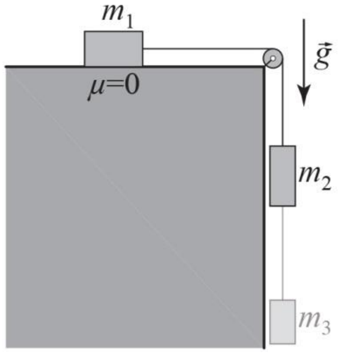
(Ispit traje 3 sata) ETF, Beograd, 17.09.2020.

1. Čestica se kreće u xOy ravni tako da vektor sektorske brzine $\vec{v}_s$ ima stalan smer, dok je intenzitet vektora sektorske brzine funkcija vremena $v_s(t) = kt^4/8$, gde je $k = const > 0$. Zavisnost radijalne projekcije brzine čestice u polarnom koordinatnom sistemu od vremena je $v_\rho(t) = wt$, gde je $w = const > 0$. Ako su polarne koordinate čestice, radijus ρ i polarni ugao φ, u početnom trenutku $\rho(t=0) = 0$, $\varphi(t=0) = 0$, odrediti:
(a) [60] parametarske jednačine kretanja čestice $\rho(t)$ i $\varphi(t)$;
(b) [40] zavisnost radijalne i cirkularne projekcije ubrzanja čestice od vremena, $a_\rho(t)$ i $a_\varphi(t)$, respektivno.

2. Teg mase m_1 može da klizi po horizontalnoj idealno glatkoj podlozi pod uticajem tega mase m_2, koji je povezan sa prvim tegom idealno savitljivim, lakim i neistegljivim kanapom prebačenim preko idealno krutog lakog kotura, kao na slici. Kanap može da klizi preko kotura bez trenja.

(a) [50] Odrediti ubrzanje tegova i silu zatezanja u kanapu.

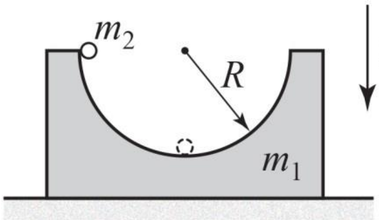
(b) [50] Odrediti masu tega m_3, koji treba okačiti pomoću idealnog kanapa o teg m_2, da bi se ubrzanje tegova povećalo dva puta. Koliko je tada zatezanje u kanapima?



Slika uz zadatak 2.

---

3. [100] Telo mase m_1, koje miruje na horizontalnom glatkom stolu, na gornjoj površi ima idealno glatko sferno udubljenje poluprečnika R (videti sliku). Malo telo mase m_2 postavi se na ivicu sfernog udubljenja tela m_1 i pusti bez početne brzine. Odrediti brzine oba tela i silu kojom telo mase m_1 deluje na telo mase m_2 u trenutku kada se telo m_2 nalazi u najnižoj tački putanje (na dnu sferne površi). Sve sile trenja se mogu zanemariti. Poznat je intenzitet gravitacionog ubrzanja g.



Slika uz zadatak 3.

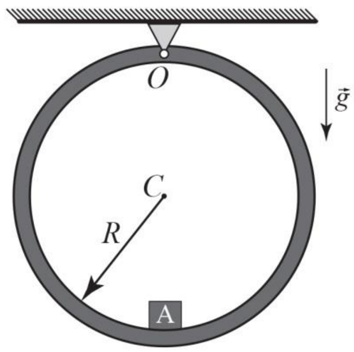
4. (a) [10] **(*Teorijsko pitanje.*)** Definisati moment inercije za kontinualno telo oblika tanke ploče u odnosu na osu koja je normalna na ploču.

(b) [40] **(*Teorijsko pitanje.*)** Formulisati i dokazati teoremu o normalnim osama.

(c) [30] Izvesti izraz za moment inercije tankog homogenog diska u odnosu na osu koja prolazi kroz njegov centar, a *normalna* je na disk. Poznati su masa i poluprečnik diska, m i R, respektivno.

(d) [20] Izvesti izraz za moment inercije tankog homogenog diska u odnosu na osu koja prolazi kroz njegov centar, a *leži u ravni* diska. Poznati su masa i poluprečnik diska, m i R, respektivno.

5. [100] Tanak homogeni obruč poluprečnika R pričvršćen je za nepokretnu tavanicu u tački O pomoću osovine oko koje može da rotira bez trenja. S druge strane obruča, suprotno od tačke vešanja, pričvršćen je mali teg A iste mase kao i obruč (videti sliku uz zadatak). Izračunati period malih oscilacija kada se obruč izvede iz ravnotežnog položaja. Poznat je intenzitet gravitacionog ubrzanja g.



Slika uz zadatak 5.

6. (a) [70] **(*Teorijsko pitanje.*)** Izvesti jednodimenzionalnu talasnu jednačinu za homogene, izotropne i linearne sredine.

(b) [30] U dubokoj vodi disperziona relacija longitudinalnih talasa $\omega = \sqrt{gk}$, gde je ω kružna učestanost talasa, g intenzitet gravitacionog ubrzanja, a k je talasni broj. Izračunati faznu i grupnu brzinu ovih talasa.

Opšte napomene:

1) *Na vrhu naslovne strane vežbanke napisati* ***oznaku grupe*** *i* ***ime predmetnog nastavnika*** *kod koga ste zvanično raspoređeni da slušate predavanja:*
J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3).
2) **Studenti koji su zadovoljni poenima ostvarenim na kolokvijumu u tekućoj školskoj godini rade ZADATKE 3-6 za vreme 3 h. Na naslovnoj strani vežbanke, u polju rednih brojeva 1 i 2, treba da upišu oznaku *K*1 da bi poeni ostvareni na kolokvijumu bili priznati.**
3) **Studenti koji nisu radili kolokvijum ili koji nisu zadovoljni poenima ostvarenim na kolokvijumu u tekućoj školskoj godini rade SVE ZADATKE (1-6) za vreme 3 h.**
4) *Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati jasno označiti na koricama sveske (u odgovarajućoj rubrici) oznakom X.*
5) Na koricama vežbanke (u gornjem desnom uglu) treba napisati broj poena sa prijemnog ispita iz fizike (ako je rađen 2019. godine), u formi PR-ISP = ... poena. Ako nije rađen, napisati PR-ISP = NE. Ako znate da ste imali poene iz fizike na prijemnom, ali niste sigurni tačno koliko, napisati PR-ISP = ?
6) *Dozvoljena je upotreba neprogramibilnih kalkulatora i grafitne olovke.*
7) **List sa tekstom zadataka poneti sa sobom, ne ostavljati list u vežbanci.**
8) Ispit se može napustiti po isteku **najmanje jednog sata** od početka ispita.

Rešenja zadataka, Fizika 1, ETF, Beograd
Septembar 2020.

1. Videti beleške sa predavanja i skripta P. Marinković, „Fizika 1" i rešenje 30. zadatka iz "Fizika 1 – Zbirka ispitnih zadataka sa rešenjima".

(a) $\rho(t) = wt^2/2$, $\varphi(t) = \frac{k}{w^2}t$.

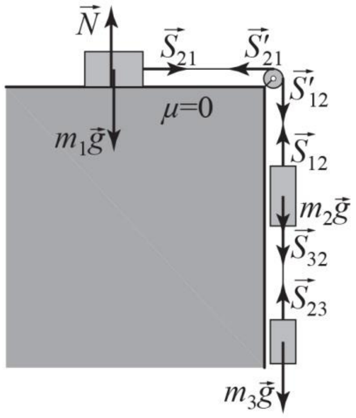
(b) $a_\rho(t) = w - \frac{k^2}{2w^3}t^2$, $a_\varphi(t) = \frac{2k}{w}t$.

2. Rešenje se može postaviti u opštem slučaju, kada je okačen i teg mase m_3. Rešenje pod (a) se dobija kada se stavi da je $m_3 = 0$. Kako je kanap lak, neistegljiv i idealno savitljiv, a kotur idealno krut i lak, dobija se $|\vec{S}_{12}| = |\vec{S'}_{12}| = |\vec{S}_{21}| = |\vec{S'}_{21}| = S$ i $|\vec{S}_{23}| = |\vec{S}_{32}| = S'$. Jednačine kretanja za tegove 1-3 su, redom:

$$m_1 a = S, \tag{1}$$
$$m_2 a = m_2 g + S' - S, \tag{2}$$
$$m_3 a = m_3 g - S'. \tag{3}$$

Sabiranjem jednačina (1-3) dobija se:

$$a = \frac{m_2 + m_3}{m_1 + m_2 + m_3} g, \tag{4}$$



odakle se pomoću (1) dobija:

$$S = m_1 a = \frac{m_1(m_2 + m_3)}{m_1 + m_2 + m_3} g, \tag{5}$$

dok zamena u (3) daje:

$$S' = m_3 g - m_3 a = \frac{m_1 m_3}{m_1 + m_2 + m_3} g. \tag{6}$$

(a) U slučaju kada teg m_3 nije okačen ($m_3 = 0$ i $S' = 0$):

$$a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g \tag{7}$$

i

$$S = m_1 a = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g. \tag{8}$$

(b) U slučaju kada je okačen teg mase m_3, ubrzanje je dato izrazom (4), dok su sile zatezanja u kanapu date izrazima (5) i (6). Prema uslovu zadatka:

$$\frac{m_2 + m_3}{m_1 + m_2 + m_3} g = 2 \frac{m_2}{m_1 + m_2} g, \tag{9}$$

odakle je

$$m_3 = m_2 \frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2}, \tag{10}$$

što je moguće ukoliko je $m_1 > m_2$.
Sile zatezanja u kanapima su:

$$S = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g, \tag{11}$$

$$S' = m_2 g. \tag{12}$$

3. Videti rešenje zadatka 119. iz „Fizika 1 – Zbirka ispitnih zadataka sa rešenjima“. Kako u horizontalnoj ravni ne postoje spoljašnje sile, u ovoj ravni važi zakon održanja količine kretanja. Ako posmatramo početni trenutak (kada tela miruju) i trenutak kada je m_2 na dnu sfernog udubljenja (vektori brzine $\vec{v}_1$ i $\vec{v}_2$ su paralelni ravni podloge i u suprotnom smeru):

$$m_1 v_1 = m_2 v_2, \tag{1}$$

gde su v_1 i v_2 intenziteti brzina prvog i drugog tela. Primenom zakona održanja ukupne mehaničke energije (referentni nivo za potencijalnu energiju je postavljen na dnu sfernog udubljenja) :

$$m_2 g R = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2. \tag{2}$$

Iz (1) i (2) sledi:

$$v_1 = \frac{m_2}{m_1} \sqrt{2gR \frac{m_1}{m_1 + m_2}}, \tag{3}$$

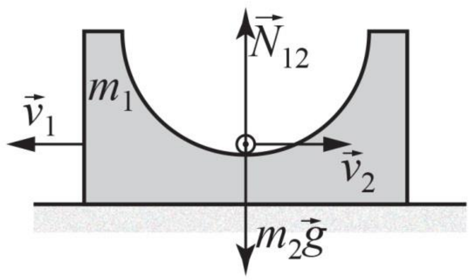
$$v_2 = \sqrt{2gR \frac{m_1}{m_1 + m_2}}. \tag{4}$$

U trenutku kada se telo m_2 nalazi na dnu sfernog udubljenja ne postoje sile u ravni paralelnoj podlozi, pa je ubrzanje tela m_1 jednako 0. Za referentni sistem vezan za centar sfernog udubljenja u telu m_1 važi:

$$\frac{m_2 (v_2 + v_1)^2}{R} = N_{12} - m_2 g, \tag{5}$$

gde je relativna brzina tela m_2: $v_{2,r} = v_2 - (-v_1) = v_2 + v_1$. Iz (3-5) se dobija:

$$N_{12} = m_2 g \left(3 + 2\frac{m_2}{m_1}\right). \tag{6}$$



4. Videti beleške sa predavanja i skripta P. Marinković, „Fizika 1“.

5. Prikazani sistem je fizičko klatno. Zadatak se može rešiti primenom formule za period oscilacija fizičkog klatna:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_O}{m_{uk} g s}},$$

gde je ukupna masa klatna $m_{uk} = 2m$, a centar mase se nalazi na rastojanju $s = 3R/2$ u odnosu na pol O.

Drugi način je da se formira jednačina kretanja, kao u rešenju zadatka 197. iz “Fizika 1 – Zbirka ispitnih zadataka sa rešenjima“. Za pol postavljen u tački O jednačina rotacije obruča je

$$I_O \ddot{\varphi} = -mgR \sin\varphi - mg(2R)\sin\varphi, \qquad (1)$$

gde je moment inercije sistema u odnosu na tačku vešanja O:

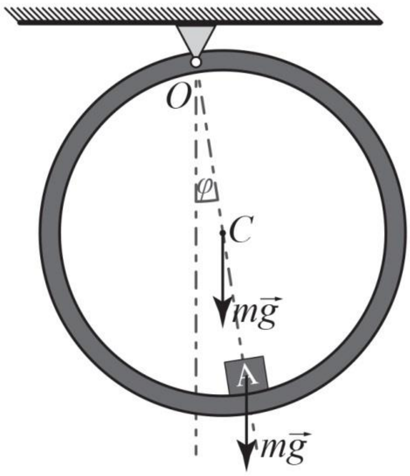
$$I_O = I_O^{obruca} + I_O^{A} = \left(I_C^{obruca} + mR^2\right) + m(2R)^2 = 6mR^2 \qquad (2)$$

Za mali ugaoni otklon φ mereno od prave koja spaja tačku oslonca i CM prema vertikali (videti sliku) $\sin\varphi \approx \varphi$, pa je:

$$\ddot{\varphi} + \underbrace{\frac{g}{2R}}_{\omega_0^2}\varphi = 0 \qquad (3)$$

Period malih oscilacija je

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}. \qquad (4)$$



6. (a) Videti beleške sa predavanja i skripta J.Cvetić, „Talasi“ i P. Marinković, „Fizika 1“.

(b) Fazna brzina talasa je $v_f = \omega / k = \sqrt{g/k}$. Grupna brzina talasa je po definiciji $v_g = d\omega / dk = (1/2)\sqrt{g/k} = (1/2)v_f$. Talasi većih talasnih dužina putuju brže.

Predmetni nastavnici

J. Cvetić, M. Tadić i V. Arsoski