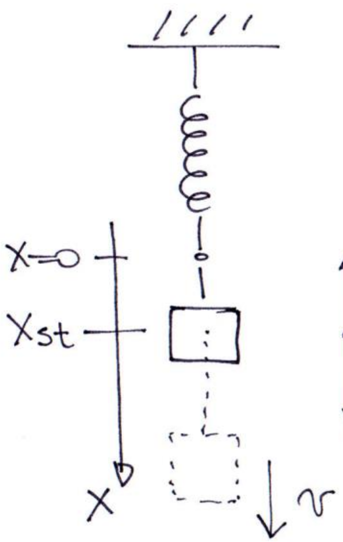
Физика

за софтверско инжењерство

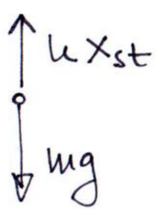
Белешке са предавања

13. новембар 2019

УТИЦАЈ КОНСТАНТНЕ СИЛЕ НА ЛИНЕАРНИ ХАРМОНИЈСКИ ОСЦИЛАТОР (ЛХО)



Осцилације се одвијају на идентичан начин као у претходном случају, око **новог** равнотежног положаја.



← неистегнута опруга

← стање равнотеже

$$mg = k \cdot x_{st}$$

$$\boxed{x_{st} = \frac{mg}{k}}$$

$$ma = mg - kx$$

$$m\ddot{x} + kx = mg = const$$

$$\boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m} \cdot x = g}$$ диф. ј-на кретања

↓

нехомогена ј-на !!

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t)$$

$$x_h(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\omega_0 = \sqrt{k/m}$$

→ Одређивање партикуларног решења:

Претпоставка: $x_p = C$

Провера:

$$\frac{dx_p}{dt} = 0; \quad \frac{d^2x_p}{dt^2} = 0 \quad \rightarrow \quad 0 + \frac{k}{m} \cdot C = g$$

$$\boxed{C = \frac{mg}{k}} = x_{st}$$

Коначно решење

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi) + x_{st}$$

Нека су почетни услови

$$x(t=0) = A_0; \quad v(t=0) = 0$$

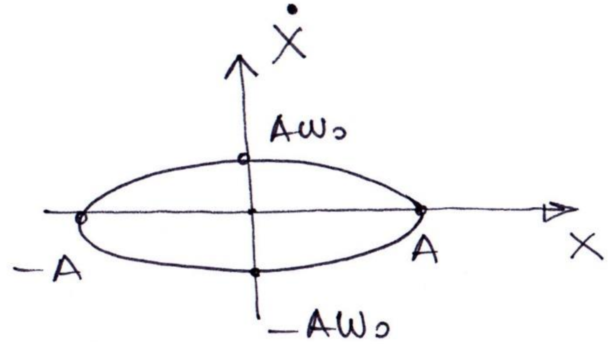
$$A_0 = A \sin\varphi + x_{st}$$

$$0 = A \cos\varphi$$

$\rightarrow \boxed{A, \varphi}$

ФАЗНИ ПРОСТОР

→ КООРДИНАТНИ ПРОСТОР $\dot{x}, x$



ЗА ЛХО: $x = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$$\dot{x} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

ТРАЈЕКТОРИЈА У ФАЗНОМ ПРОСТОРУ:

→ ЕЛИМИНАЦИЈА ВРЕМЕНА

$$\frac{x^2}{A^2} = \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\frac{\dot{x}^2}{A^2\omega_0^2} = \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$\oplus$

$$\boxed{\frac{x^2}{A^2} + \frac{\dot{x}^2}{A^2\omega_0^2} = 1}$$ → ЕЛИПСА

→ ПОВРШИНА ЕЛИПСЕ

$$P = \pi \cdot A \cdot A\omega_0 = \pi A^2 \omega_0$$

ТОТАЛНА ЕНЕРГИЈА ЛХО

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega_0^2$$

$$\downarrow$$

$$P = \frac{2\pi}{m\omega_0} E$$

СЛАГАЊЕ ОСЦИЛАЦИЈА

1. ОСЦИЛАЦИЈЕ У ИСТОМ ПРАВЦУ ИСТЕ УЧЕСТАНОСТИ

$$x_1(t) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2(t) = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

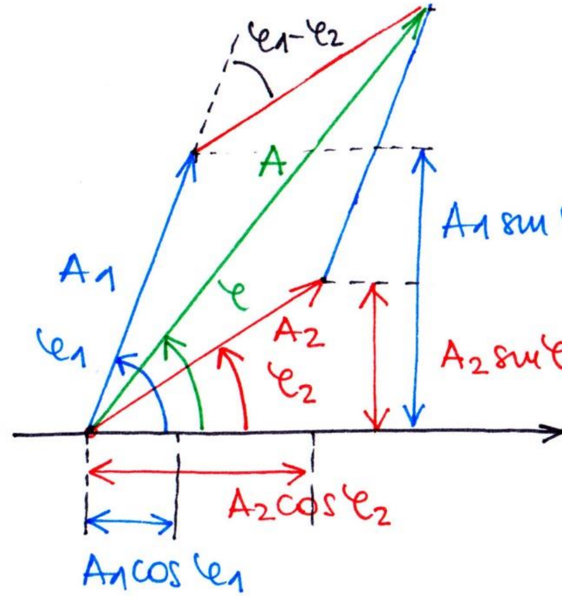
СУПЕРПОЗИЦИЈА:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t)$$

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

→ ИСТА УГАОНА УЧЕСТАНОСТ ω

ФАЗОРСКИ ДИЈАГРАМ



$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

→ АКО СУ АМПЛИТУДЕ $A_1 = A_2 = A_0$

$$x(t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_0 \cos(\omega t + \varphi_2) = \underbrace{\left(2A_0 \cos\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)}_{\text{АМПЛИТУДА}} \cdot \cos\left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)$$

→ Ако је $\varphi_1 = \varphi_2$ (таласи су у фази) → $x(t) = 2A_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

→ Ако је $\varphi_1 - \varphi_2 = \pm\pi$ → $x(t) = 0$

⇒ Резултат овог слагања је осцилација истог правца и фреквенције, а у зависности од фаза појединачних осцилација зависи амплитуда (може бити између $\emptyset$ и $2A$)

http://mathlets.org/mathlets/beats/

2. ОСЦИЛАЦИЈЕ ИСТОГ ПРАВЦА
ИСТИХ АМПЛИТУДА, РАЗЛИЧИТИХ ФРЕКВЕНЦИЈА

$$X(t) = A_0 \cos(\omega_1 t) + A_0 \cos(\omega_2 t)$$

$$X(t) = 2A_0 \cos\left[\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right] \cdot \cos\left[\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cdot t\right]$$

$$\omega_1 - \omega_2 = \Delta\omega \qquad \omega_s = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$$

АКО СУ ФРЕКВЕНЦИЈЕ БЛИСКЕ $\omega_1 \approx \omega_2 \approx \omega \Rightarrow \Delta\omega \ll \omega_s \approx \omega$

$$X(t) = 2A_0 \underbrace{\boxed{\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2} \cdot t\right)}}_{\text{СПОРО-ПРОМЕНЉИВА ф-ЈА (АНВЕЛОПА)}} \cdot \boxed{\cos(\omega t)}$$

→ БРЗОПРОМЕНЉИВА ф-ЈА

2. ОСЦИЛАЦИЈЕ ИСТОГ ПРАВЦА ИСТИХ АМПЛИТУДА, РАЗЛИЧИТИХ ФРЕКВЕНЦИЈА

$$x(t) = A_0 \cos(\omega_1 t) + A_0 \cos(\omega_2 t)$$

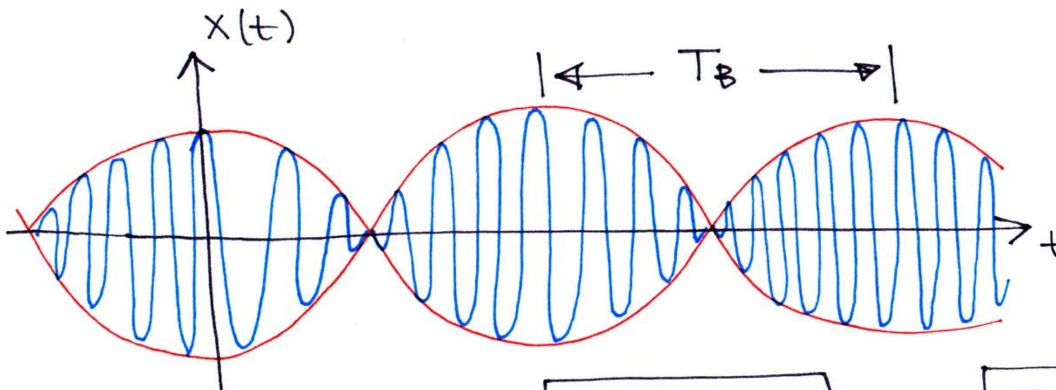
$$x(t) = 2A_0 \cos\left[\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right] \cdot \cos\left[\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cdot t\right]$$

$$\omega_1 - \omega_2 = \Delta\omega \qquad \omega_s = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$$

АКО СУ ФРЕКВЕНЦИЈЕ БЛИСКЕ $\omega_1 \approx \omega_2 \approx \omega \Rightarrow \Delta\omega \ll \omega_s \approx \omega$

$$x(t) = 2A_0 \underbrace{\boxed{\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2} \cdot t\right)}}_{\text{СПОРО-ПРОМЕНЉИВА ф-ја (АНВЕЛОПА)}} \cdot \boxed{\cos(\omega t)}$$

→ БРЗОПРОМЕНЉИВА ф-ја



ХАРМОНИЈСКО КРЕТАЊЕ СА ПУЛСИРАЈУЋОМ АМПЛИТУДОМ

→ „ИЗБИЈАЊЕ"

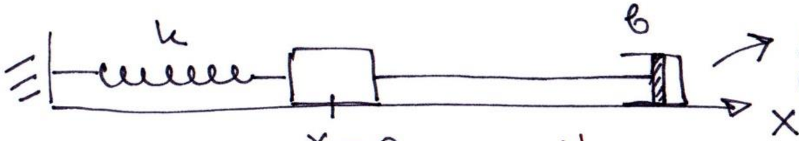
$$\frac{\Delta\omega}{2} \cdot T_B = \pi$$

ФРЕКВЕНЦИЈА ИЗБИЈАЊА

$$\boxed{f_B = f_1 - f_2} \leftarrow \boxed{T_B = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{2\pi}{2\pi \Delta f} = \frac{1}{f_B}}$$

http://mathlets.org/mathlets/beats-with-sound/

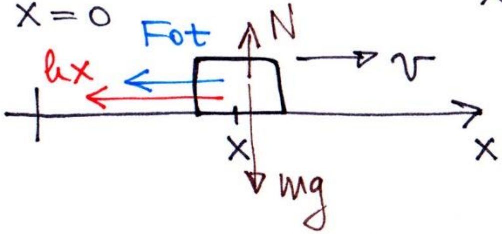
ПРИГУШЕНЕ (АМОРТИЗОВАНЕ) ОСЦИЛАЦИЈЕ



→ АМОРТИЗЕР (ПРИГУШНИЦА)

$$\vec{F}_{ot} = -b\vec{v} - cv^2\hat{v}$$

$$\boxed{\vec{F}_{ot} \approx -b\vec{v}}$$



Ј-НА КРЕТАЊА: $ma = -kx - bv$

$$\boxed{\ddot{x} + \frac{b}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0} \rightarrow$$

→ КОЕФИЦИЈЕНТ АМОРТИЗОВАЊА (ПРИГУШЕЊА):

$$\alpha \hat{=} \frac{b}{2m} \leftarrow \text{КОЕФ. ОТПОРА}$$

→ СОПСТВЕНА КРУЖНА УЧЕСТАНОСТ

$$\omega_0 \hat{=} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

(ДА НЕМА ОТПОРА, СИСТЕМ БИ ОСЦИЛОВАО СА ω_0)

$$\boxed{\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0^2 x = 0}$$

⇒ 1. КАРАКТЕРИСТИЧНИ ПОЛИНОМ

$$s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2 = 0$$

$$s_{1/2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

$$\Downarrow$$

2. ОПШТЕ РЕШЕЊЕ:

$$x(t) = Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t}$$

← ЛИНЕАРНА КОМБИНАЦИЈА 2 НЕЗАВИСНА РЕШЕЊА (Ј-НА 2. РЕДА !!)

→ У зависности од односа ω_0 и α, $s_{1/2}$ су реални или коњуговано комплексни →

1. Нека је систем <u>слабо</u> пригушен → b је мало → α је мало $\Rightarrow$ $\alpha < \omega_0$

$$s_{1/2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2-\omega_0^2} = -\alpha \pm j\sqrt{\omega_0^2-\alpha^2} = -\alpha \pm j\omega$$

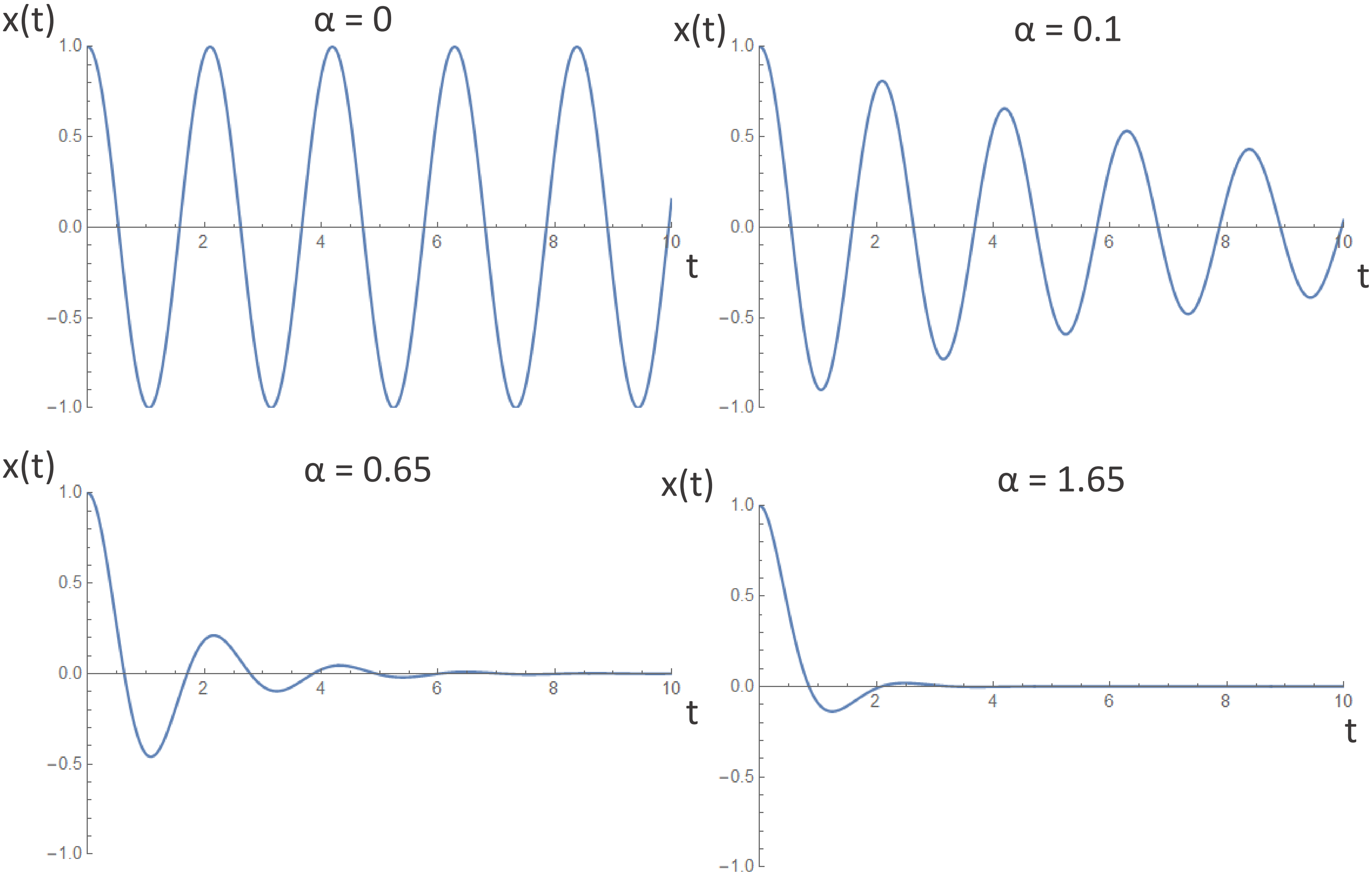
$$\boxed{\omega \mathrel{\hat{=}} \sqrt{\omega_0^2-\alpha^2}}$$

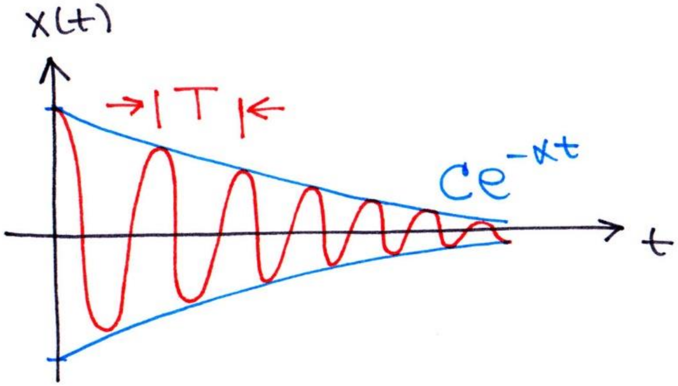
$$\Rightarrow \quad x(t) = Ae^{-\alpha t + j\omega t} + Be^{-\alpha t - j\omega t}$$

$$x(t) = e^{-\alpha t}\left[Ae^{j\omega t} + Be^{-j\omega t}\right]$$

$$\boxed{x(t) = \underbrace{\boxed{Ce^{-\alpha t}}}_{\text{експоненцијално опадајућа амплитуда}} \cdot \underbrace{\boxed{\sin(\omega t + \varphi_0)}}_{\text{хармонијска функција са учестаношћу } \omega}}$$

ј-на кретања слабо-пригушеног осцилатора (подамортизован)
→ квази-периодичне или слабо-пригушене осцилације


x(t)
α = 0
1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
2
4
6
8
10
t
x(t)
α = 0.1
1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
2
4
6
8
10
t
x(t)
α = 0.65
1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
2
4
6
8
10
t
x(t)
α = 1.65
1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
2
4
6
8
10
t



$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}}$$

ПЕРИОД СЛАБО-ПРИГУШЕНИХ ОСЦИЛАЦИЈА

☐ ЛОГАРИТАМСКИ ДЕКРЕМЕНТ (Λ или δ)

$$\Lambda = \ln \frac{Ce^{-\alpha t_1}}{Ce^{-\alpha(t_1+T)}} = \ln(e^{\alpha T}) = \alpha T$$

→ СМАЊЕЊЕ АМПЛИТУДЕ ЗА 1 ОСЦИЛАЦИЈУ

(t_1 ЈЕ ТРЕНУТАК ПОЈАВЕ МАКСИМУМА)

☐ ФАКТОР ДОБРОТЕ (Q)

КОЛИКО БРЗО СИСТЕМ ГУБИ ЕНЕРГИЈУ ?

ШТА ТРОШИ ЕНЕРГИЈУ ? ПРИГУШНИЦА

ШТА ЧУВА ЕНЕРГИЈУ ? ОПРУГА ($E_p = \frac{1}{2} k x^2$)

$$Q \triangleq 2\pi \frac{E_i}{E_i - E_{i+1}}$$

E_i → ЕНЕРГИЈА СИСТЕМА У i-ТОЈ ОСЦИЛАЦИЈИ

$E_i - E_{i+1}$ → УТРОШАК ЕНЕРГИЈЕ ТОКОМ i-ТЕ ОСЦИЛ.

↓ НЕКАДА СЕ ДЕФИНИШЕ И БЕЗ ОВЕ КОНСТАНТЕ

$$E_i = \frac{1}{2}k\left(ce^{-\alpha t_i}\right)^2$$

$$E_{i+1} = \frac{1}{2}k\left(ce^{-\alpha(t_i+T)}\right)^2$$

$$\Rightarrow Q = 2\pi \frac{\cancel{\frac{1}{2}kc^2}e^{-2\alpha t_i}}{\cancel{\frac{1}{2}kc^2}e^{-2\alpha t_i} - \cancel{\frac{1}{2}kc^2}e^{-2\alpha(t_i+T)}} = \boxed{\frac{2\pi}{1-e^{-2\alpha T}} = Q}$$

→ ЗА СЛАБА ПРИГУШЕЊА $\alpha T \ll 1$ → $1-e^{-2\alpha T} \approx 1-(1-2\alpha T)$ (TAYLOR)

$$Q \approx \frac{2\pi}{2\alpha T} = \frac{\cancel{2\pi}}{2\alpha}\frac{\omega}{\cancel{2\pi}} = \boxed{\frac{\omega}{2\alpha} \approx Q}$$

АКО ЈЕ Q ВЕЛИКО : СЛАБО ПРИГУШЕЊЕ (α ЈЕ МАЛО)

АКО ЈЕ Q МАЛО : „ЈАКО" ПРИГУШЕЊЕ (α ЈЕ „ВЕЛИКО")

→ И ДАЉЕ МАЊЕ ОД ω_0

ШТА ЗНАЧИ ВЕЛИКО Q ?

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \alpha^2 \to \omega_0^2 = \omega^2 + \alpha^2 = \omega^2 + \frac{\omega^2}{4Q^2}$$

$$\boxed{\omega_0 = \omega\sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}}} \to \text{ВЕЛИКО } Q: \ \omega_0 \approx \omega \to \boxed{Q \approx \frac{\omega_0}{2\alpha}}$$

$\to Q = 3 \to \omega_0 = 1{,}014\,\omega$

$Q = 10 \to \omega_0 = 1{,}00125\,\omega$

(ГОТОВО УВЕК ЈЕ ОПРАВДАНО УСВОЈИТИ $\omega_0 \approx \omega$).

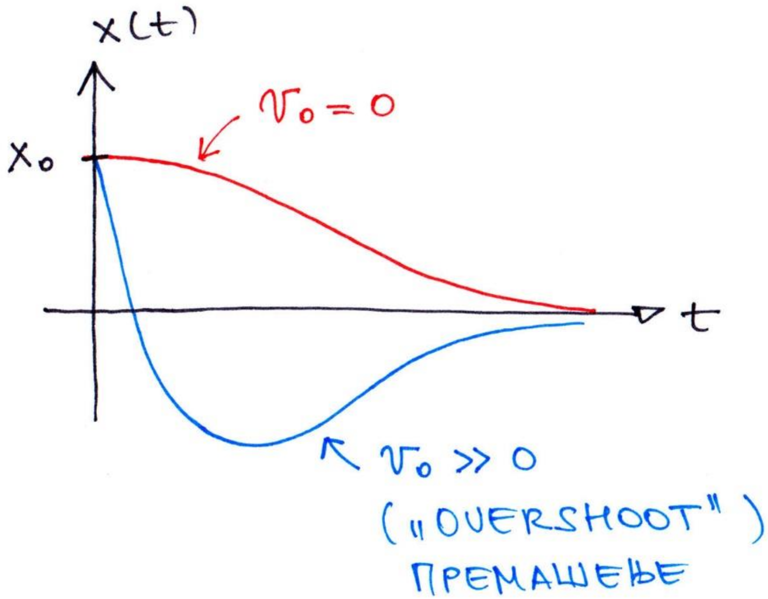
2. НЕКА ЈЕ $\alpha > \omega_0$

$\rightarrow \quad s_{1/2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$

КОРЕНИ КАРАКТЕРИСТИЧНОГ ПОЛИНОМА СУ РЕАЛНИ И РАЗЛИЧИТИ

$$\boxed{x(t) = A e^{-\alpha t + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}\, t} + B e^{-\alpha t - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}\, t}}$$

→ НЕМА ОСЦИЛАТОРНОГ КРЕТАЊА
СИСТЕМ ЈЕ „ПРЕАМОРТИЗОВАН"
КРЕТАЊЕ ЈЕ АПЕРИОДИЧНО.



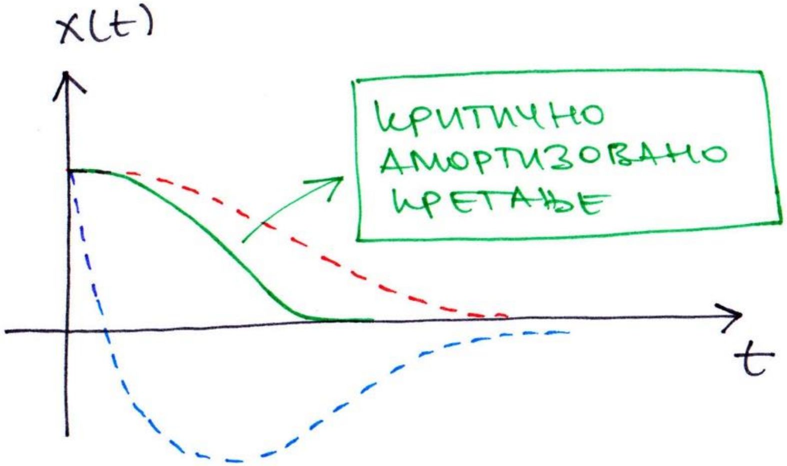
→ КОНСТАНТЕ A И B СЕ ОДРЕЂУЈУ НА ОСНОВУ ПОЧЕТНИХ УСЛОВА

$$x(t=0) = x_0$$

$$v(t=0) = v_0$$

3. НЕКА ЈЕ $\alpha = \omega_0$ → $b = \sqrt{4km}$

→ $s_1 = s_2 = -\alpha$ корени карактеристичног полинома су реални и једнаки



→ требају нам 2 независна решења за линеарну комбин. која даје опште решење

$$x_1(t) = A e^{st}$$

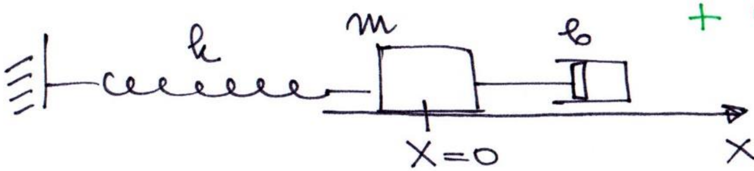
$$x_2(t) = B \cdot t e^{st}$$

→ $$\boxed{x(t) = (A + Bt) e^{-\alpha t}}$$

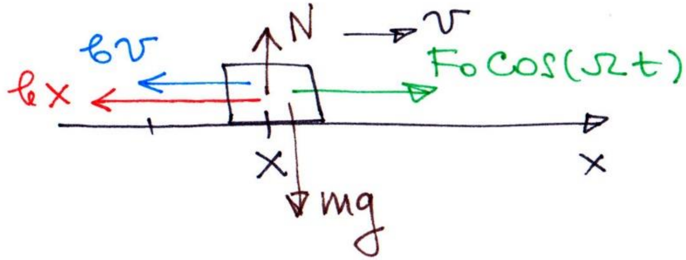
⇒ обезбеђује најбржи повратак у равнотежно стање !!

http://mathlets.org/mathlets/damped-vibrations/

ПРИНУДНЕ ОСЦИЛАЦИЈЕ



+ СПОЉАШЊА ПРОСТОПЕРИОДИЧНА ф-ЈА $F_0 \cos(\Omega t)$



Ј-НА КРЕТАЊА:

$$ma = -kx - bv + F_0\cos(\Omega t)$$

$$\Rightarrow \boxed{\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos(\Omega t)}$$

$\alpha = \frac{b}{2m}$ КОЕФИЦИЈЕНТ ПРИГУШЕЊА

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ УЧЕСТАНОСТ СОПСТВЕНИХ ОСЦИЛАЦИЈА

1. РЕШАВАЊЕ ХОМОГЕНЕ (=0) Ј-НЕ

$$\ddot{x}_h + 2\alpha\dot{x}_h + \omega_0^2 x_h = 0$$

ЗНАМО ☺ $\longrightarrow$ $x_h = A_h e^{-\alpha t}\sin(\omega t + \varphi_0)$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

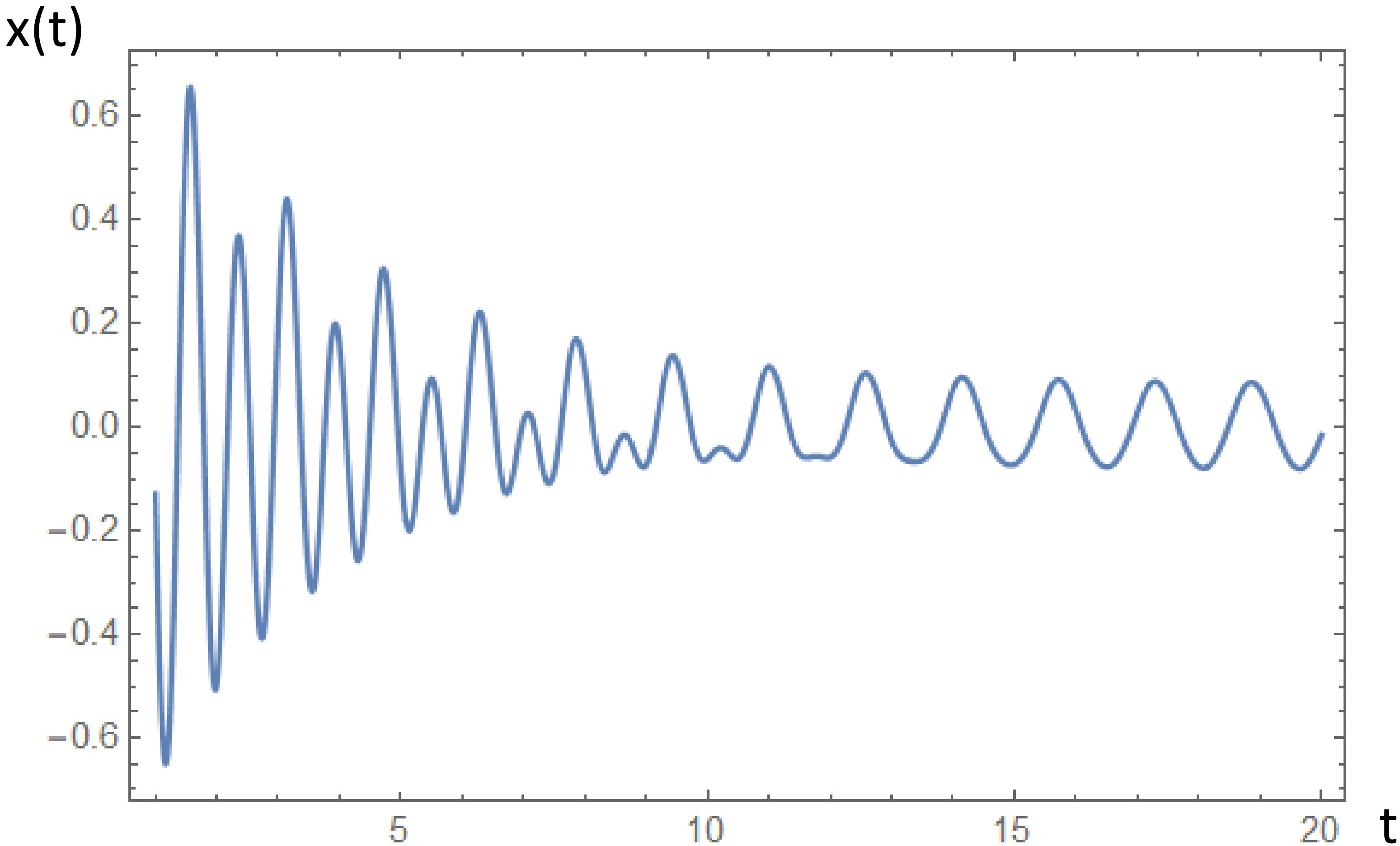
2. ОДРЕЂИВАЊЕ ПАРТИКУЛАРНОГ РЕШЕЊА (ПРЕТПОСТАВКА ПРЕМА ФОРМИ НЕХОМОГЕНОГ ДЕЛА Ј-НЕ)

$$x_p(t) = A\cos(\Omega t - \psi)$$

3. УКУПНО РЕШЕЊЕ:

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t) \longrightarrow$$

СТАЦИОНАРНО СТАЊЕ:
$x_h(t) \to 0 \Rightarrow x(t) = x_p(t)$



http://mathlets.org/mathlets/forced-damped-vibration/

→ СТАЦИОНАРНИ ОДЗИВ
ЈЕ ОДРЕЂЕН ПРИНУДНОМ СИЛОМ $\Rightarrow$ $\boxed{x(t) = A\cos(\Omega t - \psi)}$

А И ψ НЕ ЗАВИСЕ
ОД ПОЧЕТНИХ УСЛОВА!!

$$\dot{x} = -A\Omega \sin(\Omega t - \psi)$$

$$\ddot{x} = -A\Omega^2 \cos(\Omega t - \psi)$$

$$\rightarrow \quad \ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos(\Omega t)$$

МОЖЕ ПРЕКО
ФАЗОРА

МОЖЕ У КОМПЛ.
ДОМЕНУ

А МОЖЕ И ЗАМЕНОМ ПРЕТПОСТАВЉЕНОГ РЕШЕЊА
У Ј-НУ КРЕТАЊА:

$$-A\Omega^2\cos(\Omega t - \psi) - 2\alpha A\Omega \sin(\Omega t - \psi) + A\omega_0^2\cos(\Omega t - \psi) = \frac{F_0}{m}\cos(\Omega t)$$

$$-A\Omega^2\cos(\Omega t)\cos\psi - A\Omega^2\sin(\Omega t)\sin\psi - 2\alpha A\Omega\sin(\Omega t)\cos\psi +$$
$$+ 2\alpha A\Omega\cos(\Omega t)\sin\psi + A\omega_0^2\cos(\Omega t)\cos\psi + A\omega_0^2\sin(\Omega t)\sin\psi$$
$$= \frac{F_0}{m}\cos(\Omega t)$$

$$\cos(\Omega t): \quad -A\Omega^2\cos\psi + 2\alpha A\Omega\sin\psi + A\omega_0^2\cos\psi = \frac{F_0}{m} \qquad (1)$$

$$\sin(\Omega t): \quad -A\Omega^2\sin\psi - 2\alpha A\Omega\cos\psi + A\omega_0^2\sin\psi = 0$$

из (2) $\rightarrow \cancel{A} \sin\psi(-\Omega^2+\omega_0^2) = 2\alpha \cancel{A}\Omega\cos\psi$

$$\Rightarrow \boxed{\tan\psi = \frac{2\alpha\Omega}{\omega_0^2-\Omega^2}}$$

ФАЗНИ ПОМАК ОДЗИВА У ОДНОСУ НА ПОБУДУ

$(1)\cdot\sin\psi - (2)\cdot\cos\psi \Rightarrow 2\alpha A\Omega(\sin^2\psi+\cos^2\psi) = \frac{F_0}{m}\sin\psi$

$$\rightarrow \frac{F_0}{m}\sin\psi = 2\alpha A\Omega$$

$$\sin\psi = \frac{\tan\psi}{\sqrt{1+\tan^2\psi}} = \frac{\frac{2\alpha\Omega}{\omega_0^2-\Omega^2}}{\sqrt{1+\left(\frac{2\alpha\Omega}{\omega_0^2-\Omega^2}\right)^2}} \Rightarrow \frac{F_0}{m} = \cancel{2}\cancel{\alpha}A\cancel{\Omega}\,\frac{\sqrt{1+\left(\frac{2\alpha\Omega}{\omega_0^2-\Omega^2}\right)^2}}{\frac{\cancel{2\alpha}\cancel{\Omega}}{\omega_0^2-\Omega^2}}$$

$$\rightarrow \boxed{A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2-\Omega^2)^2+(2\alpha\Omega)^2}}}$$

КОНСТАНТЕ СУ ОДРЕЂЕНЕ ПОБУДНОМ СИЛОМ И КАРАКТЕРИСТИКАМА ОСЦИЛАТОРА.

ИСПИТИВАЊЕ Ф-ЈЕ $A(\Omega)$:

$\Omega \rightarrow 0$: $A = \frac{F_0/m}{\omega_0^2} = \frac{F_0/m}{k/m} = \frac{F_0}{k}$ (РАВНОТЕЖА ПРИНУДНЕ СИЛЕ И ЕЛАСТИЧНЕ СИЛЕ)

$\Omega \rightarrow \infty$: $A \rightarrow 0$ (ТОЛИКО БРЗО, ДА НИЈЕ МОГУЋЕ ПРАТИТИ ПОБ

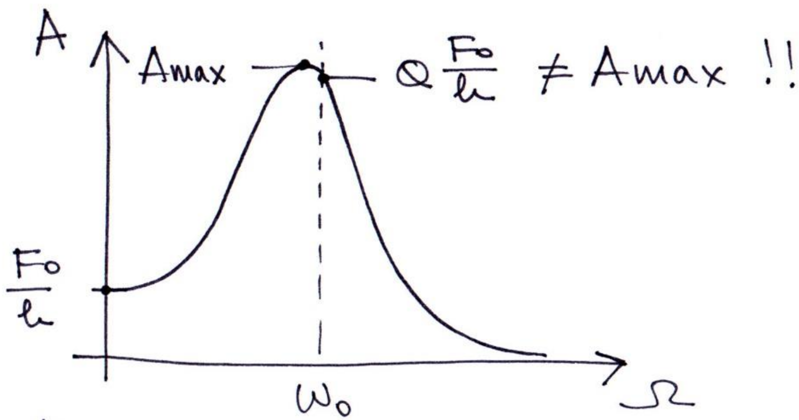
$\Omega \rightarrow \omega_0$: $A = \frac{F_0/m}{2\alpha\omega_0} = \frac{F_0/m}{\omega_0^2/Q} = \frac{F_0}{k}\cdot Q \Rightarrow$ Q ПУТА ВЕЋЕ ОД $A(\Omega\rightarrow 0)$!!

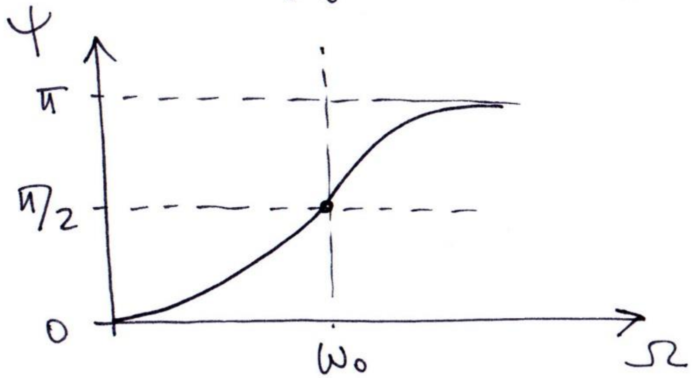
Испитивање ф-је $\psi(\Omega)$:

$\Omega \to 0$: $\psi \to 0$ одзив у потпуности прати побуду (има довољно времена)

$\Omega \to \infty$: $\psi \to \pi$

$\Omega \to \omega_0$: $\psi \to \pi/2$





$$\left.\frac{dA}{d\Omega}\right|_{\Omega_{REZ}} = 0 \to 2(\omega_0^2 - \Omega_{REZ}^2)(-2\Omega_{REZ}) + 8\alpha^2\Omega_{REZ} = 0$$

Резонантна учестаност побудне силе

$$\boxed{\Omega_{REZ} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\alpha^2}}$$

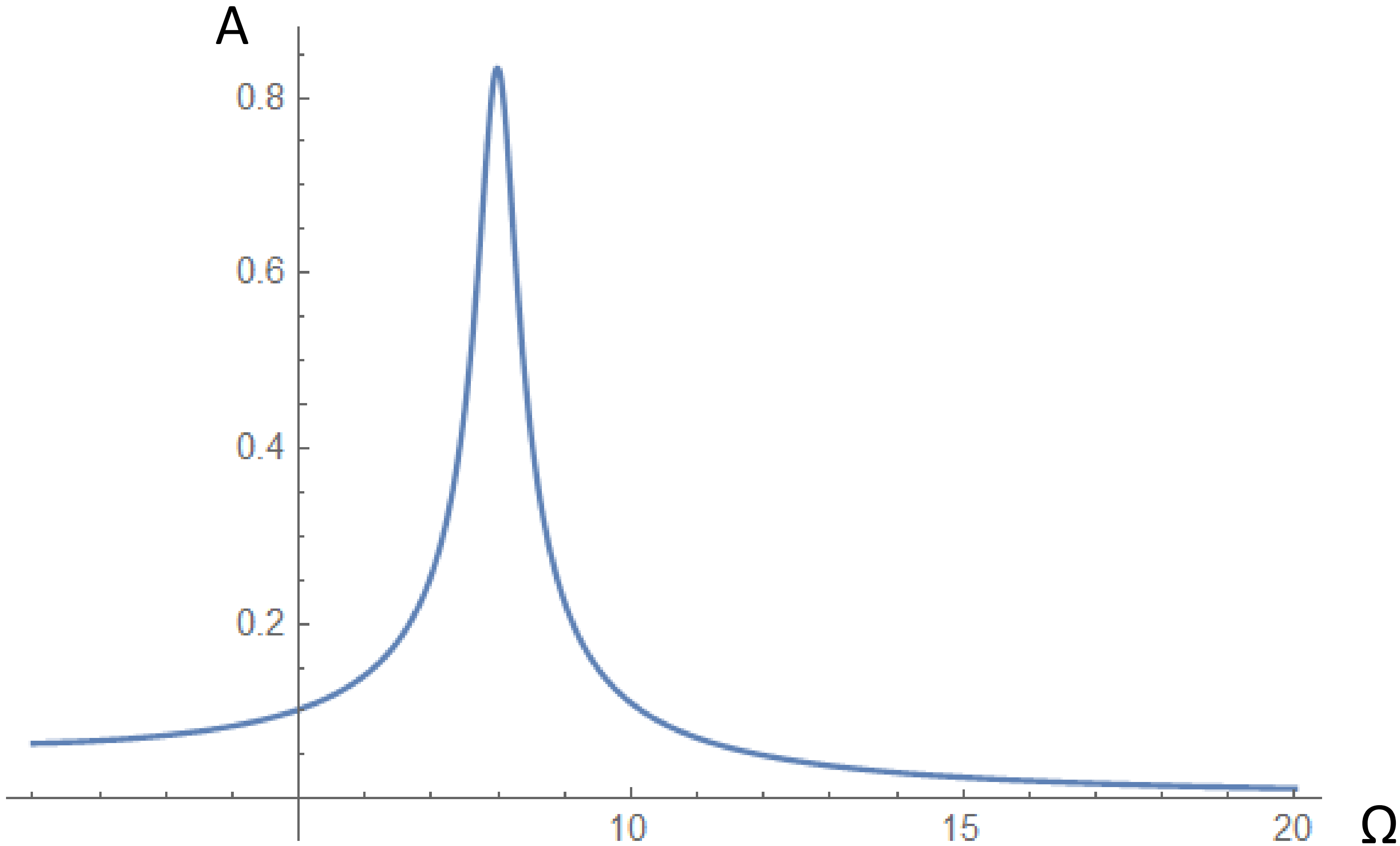
$$A_{REZ} = A(\Omega_{REZ}) = A_{max} \to$$

$$\boxed{A_{REZ} = \frac{F_0/m}{2\alpha\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}}}$$

НПР:

$Q = 5$: $\frac{\omega_{REZ}}{\omega_0} = 0,99$ $\quad \frac{A_{max}}{F_0/k} = 5,03$

F_0/k је статички померај


A
0.8
0.6
0.4
0.2
10
15
20
Ω

→ АКО ЈЕ $\alpha \ll \omega_0$

→ $A_{REZ} = A(\Omega_{REZ}) \approx \dfrac{f_0}{2\alpha\omega_0}$

→ $A(\Omega=0) = \dfrac{f_0}{\omega_0^2} = \dfrac{F_0/m}{\omega_0^2} = \dfrac{F_0}{k}$ $\boxed{\text{СТАТИЧКИ ПОМЕРАЈ}}$

→ $\dfrac{A(\Omega_{REZ})}{A(\Omega=0)} = \dfrac{\cancel{f_0}/2\alpha\cancel{\omega_0}}{\cancel{f_0}/\omega_0^{\cancel{2}}} = \dfrac{\omega_0}{2\alpha} \approx 2\pi Q$

КОЛИКО ЈЕ ПУТА
АМПЛИТУДА У
РЕЗОНАНЦИЈИ ВЕЋА
ОД СТАТИЧКОГ ПОМЕРАЈА