Физика

за софтверско инжењерство

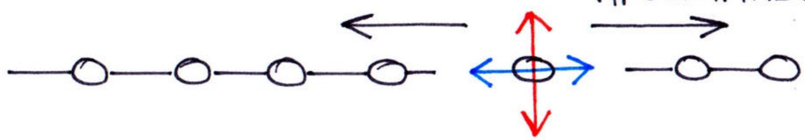
Белешке са предавања

21. новембар 2018

МЕХАНИЧКИ ТАЛАСИ

ЕЛАСТИЧНА СРЕДИНА +

ПРОСТИРАЊЕ ПОРЕМЕЋАЈА



+ ПОРЕМЕЋАЈ РАВНОТЕЖНОГ СТАЊА („ИЗВОР" ТАЛАСА)

⇒ ТАЧКЕ СЕ НЕ ПРЕМЕШТАЈУ ЗНАЧАЈНО (ОСЦИЛУЈУ ОКО РАВНОТЕЖНОГ ПОЛОЖАЈА) АЛИ ПОРЕМЕЋАЈ СЕ ПРОСТИРЕ

→ ТАЛАС

1. ТРАНСВЕРЗАЛНИ → ТАЛАС

→ САМО КРОЗ ЧВРСТА ТЕЛА ИЛИ НА ПОВРШИНИ ТЕЧНОСТИ (НАПРЕЗАЊЕ НА СМИЦАЊЕ)

2. ЛОНГИТУДИНАЛНИ → ТАЛАС

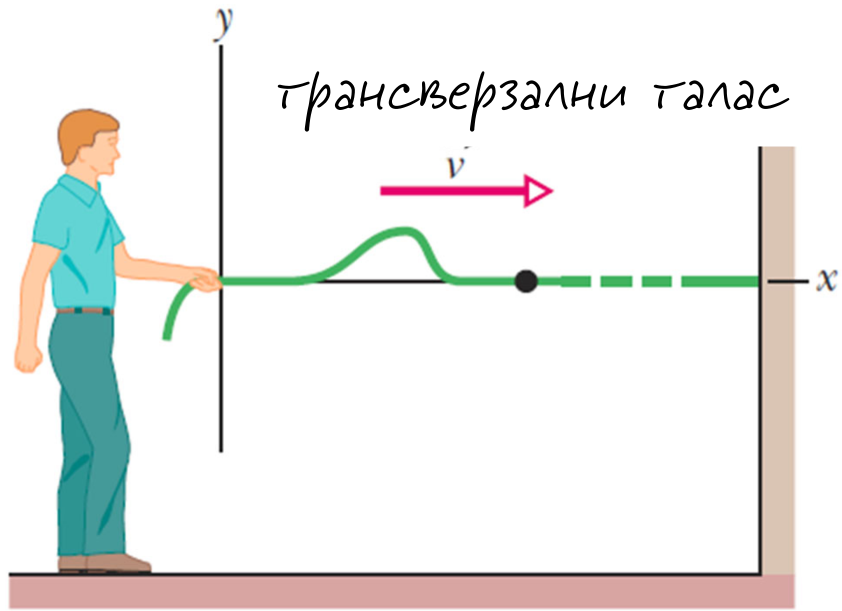
→ КРОЗ ЧВРСТА ТЕЛА И ФЛУИДЕ

→ ЛИНИЈСКИ (1D)

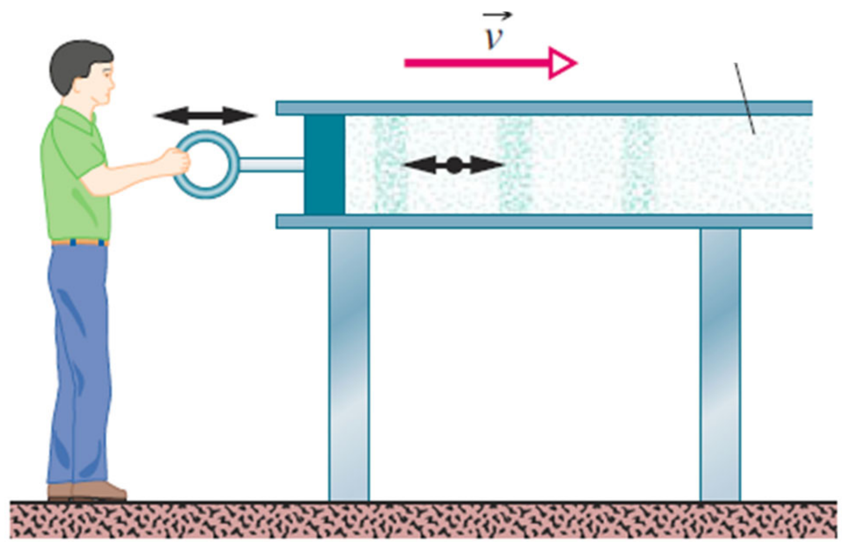
→ ПОВРШИНСКИ (2D)

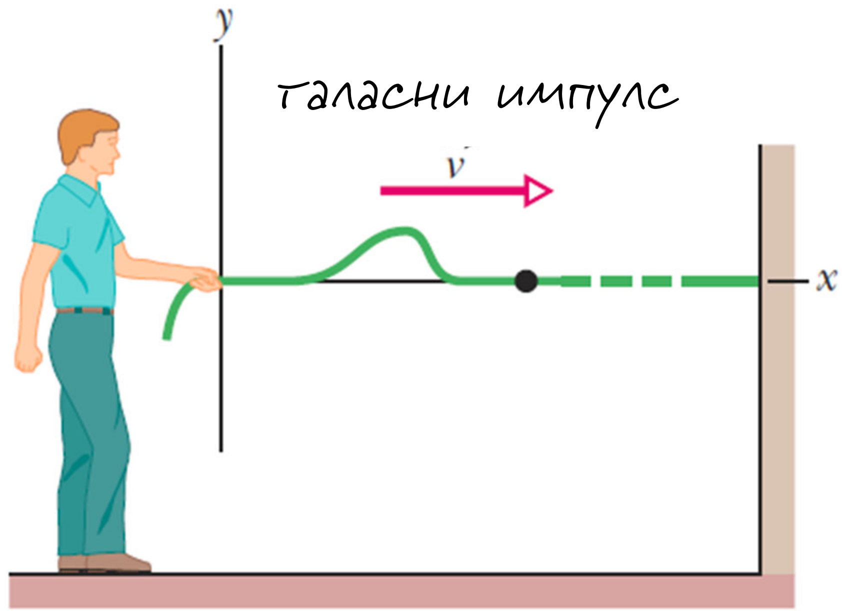
→ ЗАПРЕМИНСКИ (3D)

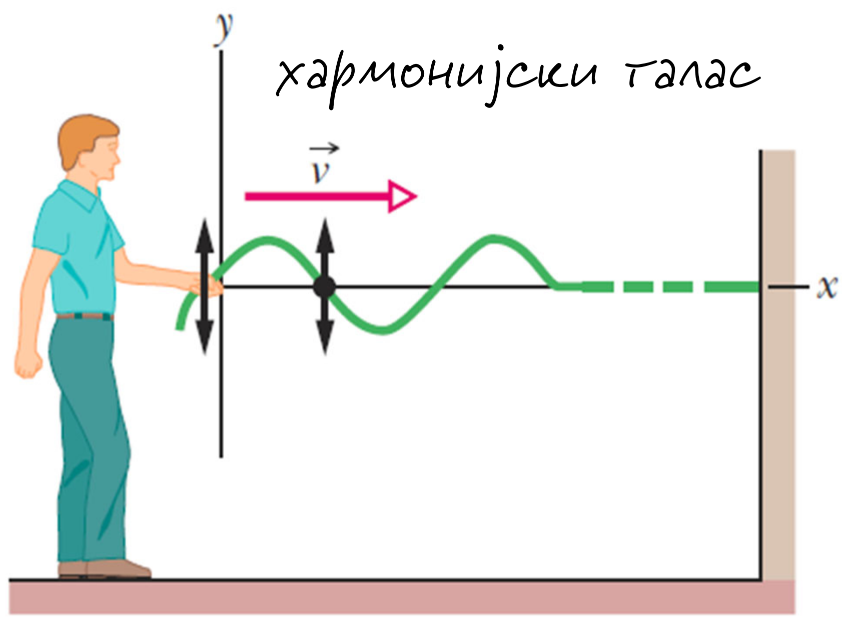
трансверзални талас



лонгитудинални талас




y
таласни импулс
v
x


y
хармонијски талас
v
x

ПЕРИОДИЧНИ ТАЛАСИ

→ ПОРЕМЕЋАЈ ИЗАЗВАН ТАКО ДА СЕ ДЕЛИЋИ СРЕДИНЕ ХАРМОНИЈСКИ КРЕЋЕ → АМПЛИТУДА ψ_0, ФРЕКВЕНЦИЈА f

$$\psi = \psi_0 \sin(\omega t)$$

ИЗВОР: $\psi(t) = \psi = \psi_0 \sin(2\pi f \cdot t)$

↳ НА МЕСТУ $x=0$:

$$\boxed{\psi(x=0,t) = \psi_0 \sin(2\pi f \cdot t)}$$

→ ПОРЕМЕЋАЈ СЕ ПРОСТИРЕ БРЗИНОМ c → ПОРЕМЕЋАЈ НА НЕКОМ МЕСТУ x КАСНИ У ВРЕМЕНУ ЗА x/c

↓

$$\boxed{\begin{aligned} \psi(x,t) &= \psi_0 \sin\left[\omega\left(t - x/c\right)\right] \\ \psi(x,t) &= \psi_0 \sin\left[2\pi f\left(t - x/c\right)\right] \end{aligned}}$$

→ У ОПШТЕМ СЛУЧАЈУ ПОТРЕБНО ЈЕ УВЕСТИ ПОЧЕТНУ ФАЗУ φ

$$\Psi(x,t) = \Psi_0 \sin\left[\omega\left(t - x/c\right) + \varphi\right]$$

$$y(x,t) = y_0 \sin\left[\omega\left(t - x/c\right) + \varphi\right]$$

$\omega = \dfrac{2\pi}{T} \rightarrow T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ ВРЕМЕ ЗА КОЈЕ ДЕЛИЋ НАПРАВИ ЈЕДНУ ОСЦИЛАЦИЈУ

→ РАСТОЈАЊЕ КОЈЕ „ТАЛАС" ПРЕЂЕ БРЗИНОМ c ЗА ВРЕМЕ T:

ТАЛАСНА ДУЖИНА $\boxed{\lambda \triangleq cT = c/f}$

ТАЛАСНИ БРОЈ $k = 2\pi/\lambda = \dfrac{2\pi}{c}\cdot f = \dfrac{\cancel{2\pi}}{c}\dfrac{\omega}{\cancel{2\pi}}$

$$\boxed{k = \omega/c} \rightarrow \boxed{c = \frac{\omega}{k}}$$

„ФАЗНА БРЗИНА"

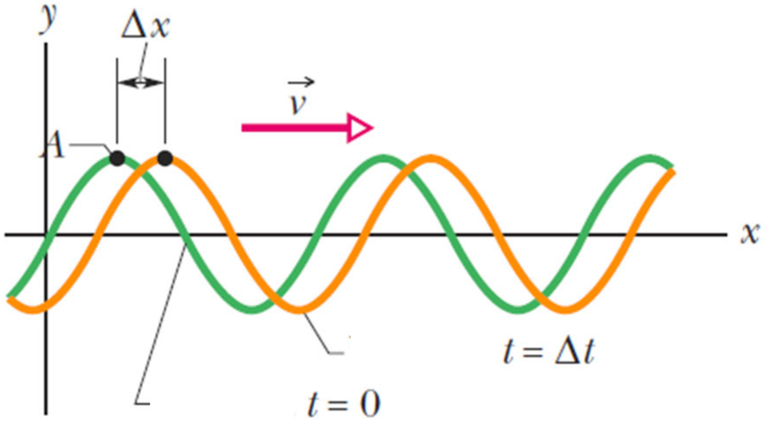
ПОМЕРАЈ

$$\underbrace{\boxed{y(x,t)}}_{\text{ПОМЕРАЈ}} = \underbrace{\boxed{y_0}}_{\text{АМПЛИТУДА}} \sin\left(\underbrace{\boxed{\omega t - kx + \varphi}}_{\text{ФАЗА } \Phi}\right)$$

АМПЛИТУДА

ФАЗА Φ

→ ТАЛАСНА БРЗИНА (ФАЗНА БРЗИНА) : БРЗИНА КОЈОМ БИ БИЛО ПОТРЕБНО ДА СЕ КРЕЋЕМО ДУЖ ТАЛАСА ДА БИ СВЕ ВРЕМЕ ПРАТИЛИ ТАЧКУ СА КОНСТАНТНОМ ФАЗОМ.



$$\phi = \omega t - kx = \text{const} \qquad / \, d/dt$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \omega - k\frac{dx}{dt} = 0 \;\rightarrow\; v_f = c = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} > 0$$

X РАСТЕ У ВРЕМЕНУ
→ ТАЛАС СЕ ПРОСТИРЕ У +X СМЕРУ!

→ АКО БИ ФАЗА БИЛА:

$$\phi = \omega t + kx$$

$$0 = \omega + k\frac{dx}{dt} \Rightarrow v_f = c = -\frac{\omega}{k} = \frac{dx}{dt} < 0$$

X ОПАДА У ВРЕМЕНУ
→ ТАЛАС У −X СМЕРУ!!

ТАЛАСНА ЈЕДНАЧИНА

$$y(x,t) = y_0 \sin(\omega t - kx + \varphi)$$

→ БРЗИНА ДЕЛИЋА КОЈИ ОСЦИЛУЈЕ НА МЕСТУ X

$$\left.\frac{\partial y}{\partial t}\right|_{x=const} = v_y = y_0 \omega \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

→ УБРЗАЊЕ ДЕЛИЋА КОЈИ ОСЦИЛУЈЕ НА МЕСТУ X

$$\left.\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right|_{x=const} = a_y = -y_0 \omega^2 \sin(\omega t - kx + \varphi) \quad (*)$$

→ ИЗВОДИ ПО КООРДИНАТИ:

$$\left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{t=const} = -k \cdot y_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$\left.\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right|_{t=const} = +k^2 y_0 (-\sin(\omega t - kx + \varphi)) \quad (**)$$

$$\Rightarrow -\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\frac{1}{\cancel{y_0}\omega^2} = -\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\frac{1}{k^2 \cancel{y_0}} \Rightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \boxed{\frac{k^2}{\omega^2}}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

→ ФАЗНА БРЗИНА $1/v_f^2 = 1/c^2$

→ ТАЛАСНА ЈЕДНАЧИНА

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}$$

→ функција $y(x,t)$ која задовољава ову ј-ну описује талас који се простире брзином c.

→ Може се показати да се таласна ј-на добија за произвољну таласну функцију облика $y(x,t) = f(t - x/c)$ → не мора бити периодична

→ Ако је средина линеарна, решење таласне ј-не је и <u>суперпозиција</u> решења таласне ј-не

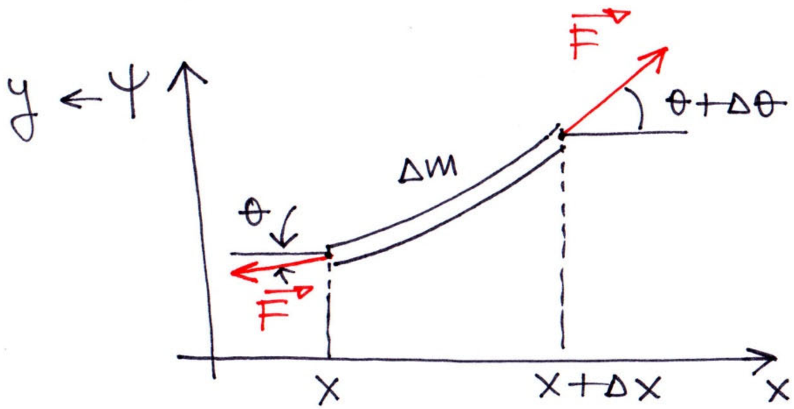
$y_1(x,t)$ задовољава таласну ј-ну

$y_2(x,t)$ задовољава таласну ј-ну

$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$ задовољава таласну ј-ну.

БРЗИНА ТРАНСВЕРЗАЛНОГ ТАЛАСА НА ЗАТЕГНУТОЈ ЖИЦИ

→ МАСА ЖИЦЕ m
ДУЖИНА ЖИЦЕ ℓ → ПОДУЖНА МАСА $\mu \equiv \frac{m}{\ell}$



→ СИЛА ЗАТЕЗАЊА $\vec{F}$

ЗА МАЛЕ ДЕФОРМАЦИЈЕ ⇒

1. СИЛА ЗАТЕЗАЊА НА ОБА КРАЈА ПРИБЛИЖНО ИСТА
2. МАЛИ УГЛОВИ
   $\sin\theta \approx \theta \; ; \; \cos\theta \approx 1$

→ ЗАНЕМАРУЈЕ СЕ КРЕТАЊЕ ДУЖ x ОСЕ!

$$y: \quad F_y = -F\sin\theta + F\sin(\theta+\Delta\theta) \approx -F\theta + F\theta + F\Delta\theta \approx F\cdot\Delta\theta$$

$$\Delta m\cdot\ddot{y} = F\cdot\Delta\theta \qquad \operatorname{tg}\theta = \partial y/\partial x \;/\; \partial/\partial x \Rightarrow \frac{1}{\cos^2\theta}\frac{\partial\theta}{\partial x} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{d\theta}{dx}$$

$$\Delta m = \mu\cdot\Delta x$$

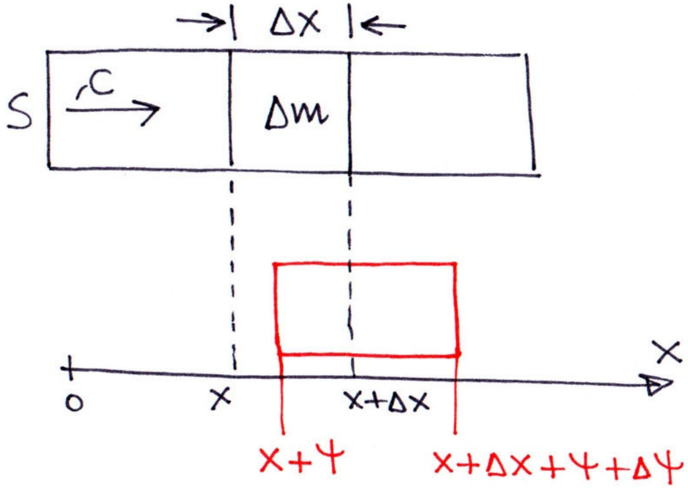
$$\Delta x\cdot\mu\cdot\ddot{y} = F\cdot\Delta\theta$$

$$\mu\cdot\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = F\cdot\frac{\Delta\theta}{\Delta x}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\mu}{F}\cdot\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{c_T = \sqrt{\frac{F}{\mu}}}$$ БРЗИНА ТРАНСВ. ТАЛАСА НА ЖИЦИ

БРЗИНА ЛОНГИТУДИНАЛНИХ ТАЛАСА КРОЗ ШИПКУ ИЛИ ЖИЦУ



→ ХОМОГЕНА ШИПКА, ρ, E_y

→ НОРМАЛНИ НАПОН НА КРАЈЕВЕ СЕГМЕНТА МАСЕ Δm И ИНИЦИЈАЛНЕ ДУЖИНЕ Δx :

$$\sigma_L(x+\psi, t)$$

$$\sigma_D(x+\Delta x+\psi+\Delta\psi, t)$$

ХУКОВ ЗАКОН

$$\boxed{\sigma = E_y \frac{\partial \psi}{\partial x}}$$

ПРЕТПОСТАВКА: $\Delta\psi \ll \Delta x$!!

→ $$F_R = (\sigma_D - \sigma_L) S = \Delta m \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

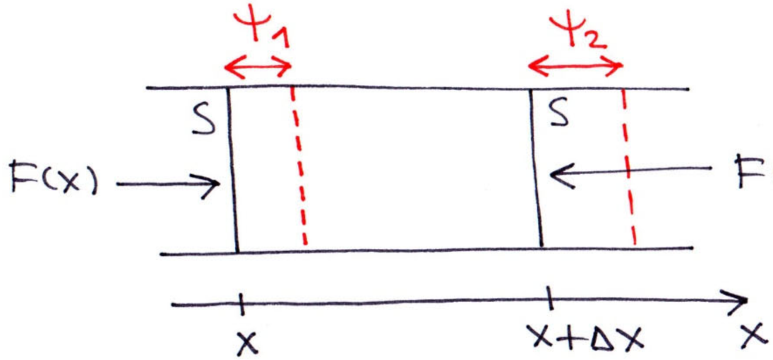
$$\cancel{S} E_y \left[\frac{\partial}{\partial x} \psi(x+\Delta x+\underbrace{\psi+\Delta\psi}_{\ll x+\Delta x}, t) - \frac{\partial}{\partial x} \psi(x+\underbrace{\psi}_{\ll x}, t) \right] = \rho \cancel{S} \Delta x \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

$$\underbrace{\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\dfrac{\partial \psi(x+\Delta x, t)}{\partial x} - \dfrac{\partial \psi(x, t)}{\partial x}}{\Delta x}}_{\partial^2 \psi / \partial x^2} = \frac{\rho}{E_y} \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \to \boxed{\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\rho}{E_y} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}}$$

ЛИМЕС НЕ УТИЧЕ

→ $$\boxed{c_L = \sqrt{\frac{E_y}{\rho}}}$$

□ БРЗИНА ЛОНГИТУДИНАЛНОГ ТАЛАСА У ГАСУ



ПРИЛИКОМ ПРОСТИРАЊА ТАЛАСА МЕЊА СЕ ПРИТИСАК У ФЛУИДУ

→ p_d ЈЕ ПРОМЕНА У ОДНОСУ НА РАВНОТЕЖНИ ГАС

$$E_v = -\frac{p_d}{dV/V} \Rightarrow p_d = -E_v \frac{dV}{V}$$

→ ЗАПРЕМИНА ПОСМАТРАНОГ ДЕЛА $\Delta V = S\Delta x$

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\psi_2 - \psi_1}{\Delta x} \to \frac{dV}{V} = \frac{\partial \psi}{\partial x} \to p_d = -E_v \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

$$+dF = \left[F(x+dx) - F(x)\right]\frac{dx}{dx} = \frac{-\partial p_d \cdot S}{\partial x} \cdot dx \to dF = +E_v \cdot S \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} dx$$

↳ ДА БИ dF БИЛА У СМЕРУ $+x$ МОРА ПОСТОЈАТИ ПАД ПРИТИСКА У x СМЕРУ.

$$\to \Delta m \cdot a = \rho S dx \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = E_v S \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} dx$$

$$\to \boxed{\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\rho}{E_v} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}}$$

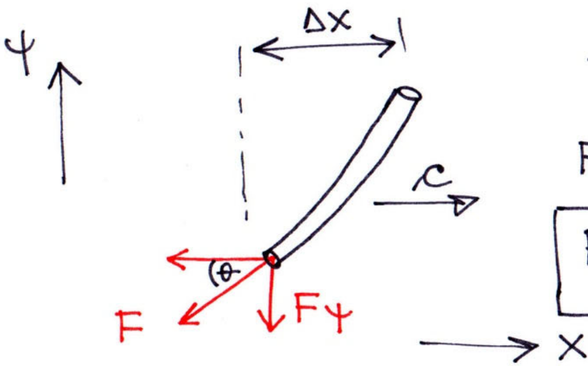
$$\to \boxed{c_L = \sqrt{\frac{E_v}{\rho}}}$$

→ АКО ЈЕ ГАС ИДЕАЛАН А ПРОСТИРАЊЕ ЗВУКА СЕ МОДЕЛУЈЕ АДИЈАБАТСКИМ ПРОЦЕСОМ

$$E_v = \varkappa \cdot p \to c = \sqrt{\frac{\varkappa p}{\rho}}$$

ПРЕНОС ЕНЕРГИЈЕ ТАЛАСНИМ КРЕТАЊЕМ

1. ТРАНСВЕРЗАЛНИ ТАЛАС



$$tg\theta = \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

$$F_\psi = -F\,tg\theta$$

$$\boxed{F_\psi \approx -F\frac{\partial \psi}{\partial x}}$$

СИЛА КОЈА ВРШИ РАД ПРИЛИКОМ ПРЕНОШЕЊА ТАЛАСА

СНАГА:

$$\Rightarrow \boxed{P = F_\psi \cdot v_\psi}$$

$v_\psi = \frac{\partial \psi}{\partial t}$ БРЗИНА

$$\rightarrow \boxed{P = -F\frac{\partial \psi}{\partial x}\cdot\frac{\partial \psi}{\partial t}}$$

ТРЕНУТНА СНАГА КОЈУ НОСИ ТРАНСВЕРЗ. ТАЛАС !!

→ АКО ЈЕ ТАЛАС СИНУСОИДАЛАН: $\psi = \psi_0 \sin(\omega t - kx)$

$$P(t) = -F(-\psi_0 k\cos(\omega t - kx))\cdot(\psi_0\omega\cos(\omega t - kx)$$

$$\boxed{P(t) = +F\psi_0^2 k\cdot\omega\cdot\cos^2(\omega t - kx)}$$

→ МАКСИМАЛНА СНАГА

$$P_{max} = Fk\omega F_0^2$$

или

$$P_{max} = \sqrt{\mu F}\,\omega^2\psi_0^2$$

$$c = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

→ СРЕДЊА СНАГА

$$\boxed{P_{SR} = \frac{1}{2}Fk\omega\psi_0^2 = \frac{1}{2}\sqrt{F\mu}\,\omega^2\psi_0^2}$$

2. ЛОНГИТУДИНАЛНИ ТАЛАС КРОЗ ШИПКУ, ЖИЦУ

$P = F_\psi \cdot v_\psi$

→ БРЗИНА ОСЦИЛОВАЊА $v_\psi = \partial\psi / \partial t$

→ ЕЛАСТИЧНА СИЛА КОЈА <u>ВРАЋА</u> ЖИЦУ У РАВНОТЕЖНО СТАЊЕ $F_\psi = -SE_y \frac{\partial \psi}{\partial x}$

$$P = -SE_y \frac{\partial\psi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial t} = -SE_y (-k\psi_0 \cos(\omega t - kx))(\omega \psi_0 \cos(\omega t - kx))$$

→ $\psi = \psi_0 \sin(\omega t - kx)$

$$\boxed{P = +SE_y k\omega \psi_0^2 \cos^2(\omega t - kx)}$$

→ МАКСИМАЛНА СНАГА

$P_{max} = SE_y k \omega \psi_0^2$

$\frac{\omega}{k} = c = \sqrt{\frac{E_y}{\rho}}$

→ $\boxed{P_{max} = S\sqrt{E_y \rho}\, \omega^2 \psi_0^2}$

→ СРЕДЊА СНАГА

$P_{SR} = \frac{1}{2} SE_y k\omega \psi_0^2$

$\boxed{P_{SR} = \frac{1}{2} S\sqrt{E_y \rho}\, \omega^2 \psi_0^2}$

3. ЛОНГИТУДИНАЛНИ ТАЛАС У ГАСУ

$$P = F \cdot v_\psi = p_d \cdot S \frac{\partial \psi}{\partial t} = p_d \cdot S \cdot \omega \psi_0 \cos(\omega t - kx)$$

$\hookrightarrow p_d = -E_V \frac{\partial \psi}{\partial x} = +E_V \cdot \psi_0 k \cos(\omega t - kx)$

ЗА ХАРМОНИЈСКИ ТАЛАС $\psi = \psi_0 \sin(\omega t - kx)$

$$\Rightarrow \quad P = E_V \cdot S \cdot k\omega \psi_0^2 \cos^2(\omega t - kx)$$

$$P_{max} = E_V S k\omega \psi_0^2$$

$$P_{SR} = \frac{1}{2} E_V S k\omega \cdot \psi_0^2 = \frac{1}{2} S \sqrt{E_V \rho}\, \omega^2 \psi_0^2$$

$\hookrightarrow c = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{E_V}{\rho}}$

$\rightarrow$ ПРИМЕТИТИ:

ФАЗНА БРЗИНА $c_T = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$, $c_L = \sqrt{\frac{E_y}{\rho}}$; $c_L = \sqrt{\frac{E_V}{\rho}}$

(ОДНОС ЕЛАСТИЧНЕ И ИНЕРЦИЈАЛНЕ ОСОБИНЕ)

АЛИ У ИЗРАЗИМА ЗА СНАГУ ФИГУРИШУ

$\sqrt{F\mu}$; $\sqrt{E_y \rho}$; $\sqrt{E_V \rho}$ $\rightarrow$ ПРОИЗВОД ТЕ ДВЕ ОСОБИНЕ

□ КАРАКТЕРИСТИЧНА ИМПЕДАНСА [Z]

→ ОДРЕЂУЈЕ КАКО СЕ ТАЛАС ПРЕНОСИ КАД НАИЂЕ НА ДИСКОНТИНУИТЕТ У СРЕДИНИ КРОЗ КОЈУ СЕ ПРОСТИРЕ

1. ТРАНСВЕРЗАЛНИ ТАЛАС НА ЖИЦИ : ЛИНИЈСКИ ТАЛАС

$$Z = \frac{F_\psi}{v_\psi} = \frac{-F\frac{\partial \psi}{\partial x}}{\partial \psi/\partial t} = \frac{F}{c} = \frac{F}{\sqrt{F/\mu}} = \boxed{\sqrt{F\mu} = Z_T}$$

ОДНОС ВЕЛИЧИНА ЧИЈИ БИ ПРОИЗВОД БИО СНАГА.

2. ЛОНГИТУДИНАЛНИ ТАЛАС КРОЗ ШИПКУ, ЖИЦУ : ЛИНИЈСКИ ТАЛАС

$$Z = \frac{F_\psi}{v_\psi} = \frac{-E_y S\frac{\partial \psi}{\partial x}}{\partial \psi/\partial t} = S E_y \frac{1}{c} = \frac{S E_y}{\sqrt{E_y/\rho}} = \boxed{S\sqrt{E_y \rho} = Z_L}$$

3. ЛОНГИТУДИНАЛНИ ТАЛАС КРОЗ ФЛУИД → ЗАПРЕМИНСКИ ТАЛАС:

ОДНОС ВЕЛИЧИНА ЧИЈИ БИ ПРОИЗВОД БИО СНАГА ПО ЈЕДИН. ПОВРШИНЕ

$$Z = \left.\frac{p_d}{v_\psi}\right|_{max} = \frac{E_v k \psi_0}{\omega \psi_0} = \boxed{\rho c = Z}$$

↓

АКУСТИЧКА ИМПЕДАНСА

→ ТЕЧНОСТ $\quad Z = \sqrt{E_v \rho}$

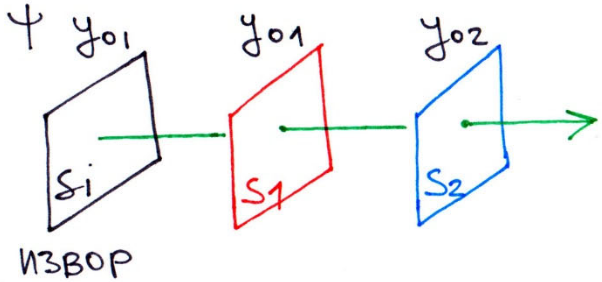
→ ГАС $\quad Z = \sqrt{\gamma p \rho}$

ИНТЕНЗИТЕТ ТАЛАСА

$$I = \frac{P_{SR}}{S} \left[\frac{W}{m^2}\right]$$

S је површина кроз коју продире талас → таласни фронт

1. РАВАНСКИ ТАЛАС



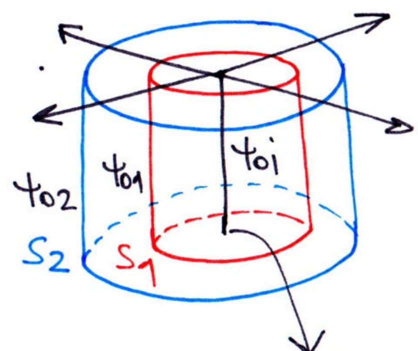
$S_i = S_1 = S_2 = const$

$P_{SR} = const$

$I = \frac{P_{SR}}{S} \sim \psi_{01}^2$

$\boxed{\psi_0 = const}$

2. ЦИЛИНДРИЧНИ ТАЛАС



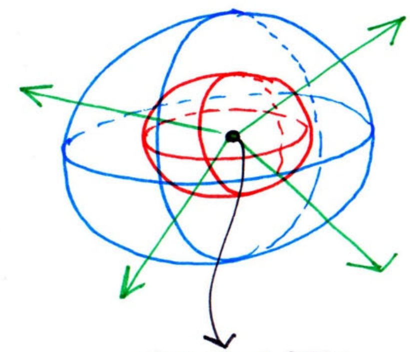
ЛИНИЈСКИ ИЗВОР

$S = 2r\pi$

$P_{SR} = const$

$I = \frac{P_{SR}}{2r\pi} \rightarrow \boxed{\psi_0 = \frac{\psi_{0i}}{\sqrt{r}}}$

3. СФЕРНИ ТАЛАС



ТАЧКАСТИ ИЗВОР

$S = 4r^2\pi$

$P_{SR} = const$

$I = \frac{P_{SR}}{4r^2\pi} \rightarrow \boxed{\psi_0 = \frac{\psi_{0i}}{r}}$

→ ЗА ТАЧКАСТИ ИЗВОР : $\boxed{I_2 = I_1 \frac{r_1^2}{r_2^2}}$ АКО ЈЕ СРЕДИНА БЕЗ ГУБИТАКА

→ ИНТЕНЗИТЕТ ТАЛАСА МОЖЕ ДА СЕ ИЗРАЗИ У ЛОГАРИТАМСКОЈ СКАЛИ (ОНДА КАДА ОПСЕГ ВЕЛИКИ, ТО СЕ УОБИЧАЈЕНО ПРИМЕЊУЈЕ) → ЗВУК

$$\boxed{\beta = 10 \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)} \quad [dB]$$

β → НИВО ИЛИ ЈАЧИНА ЗВУКА

I_0 ЈЕ ПРАГ ЧУЈНОСТИ $\left(I_0 = 10^{-12}\ \frac{W}{m^2}\right)$

→ ЗА $\beta > 120\,dB$ → ГРАНИЦА БОЛА

→ ОСЕТЉИВОСТ ЉУДСКОГ УХА ОД 20 Hz ДО 20 kHz

(ИНТЕНЗИТЕТ ЗАВИСИ ОД УЧЕСТАНОСТИ)

$\rightarrow \quad P = F_y \cdot v_y = Z \cdot v_y^2 = Z\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2$

1. $\bar{P}_T = \frac{1}{2} Z_T \omega^2 y_0^2$ ТРАНСВЕРЗАЛНИ ТАЛАС НА ЖИЦИ
2. $\bar{P}_L = \frac{1}{2} Z_L \omega^2 y_0^2$ ЛОНГИТУДИНАЛНИ ТАЛАС КРОЗ ШИПКУ

☐ ПОДУЖНА ЕНЕРГИЈА : $w_E = \frac{dE}{dx}$

$$w_E = \frac{P \cdot dt}{dx} = \frac{P}{dx/dt} = \frac{P}{c} = \frac{Z}{c}\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2$$

Енергија може да се одреди и полазећи од

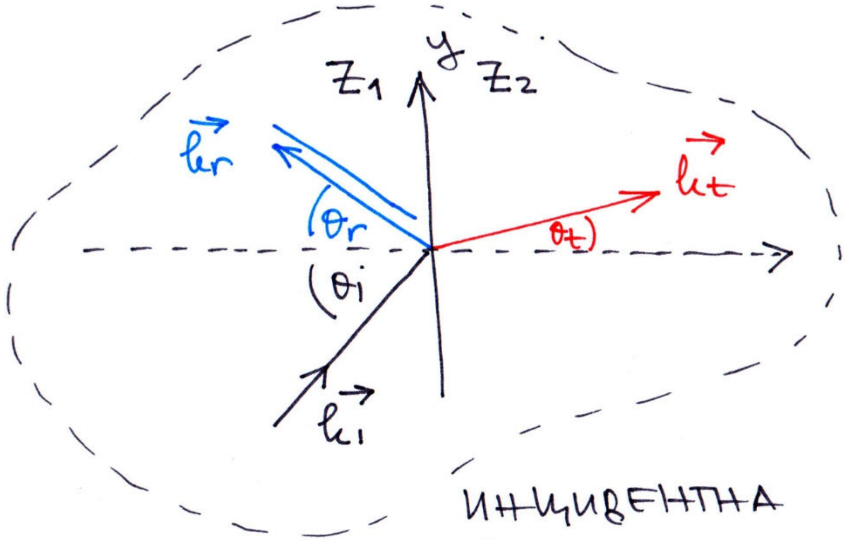
$$dE = dE_k + dE_p$$

$$dE_k = \frac{1}{2} dm\, v^2 = dE_p$$

$dm = \rho dV = \rho S dx$ ЗА СЕГМЕНТ ШИПКЕ ДУЖИНЕ dx

$dm = \mu \cdot dx$ ЗА ЗАТЕГНУТУ ЖИЦУ СЕГМЕНТ ДУЖИНЕ dx

ЗАКОН ОДБИЈАЊА И ПРЕЛАМАЊА



ИНЦИДЕНТНА РАВАН

$$k_i = \frac{2\pi}{\lambda_i} = \frac{\omega}{v_{fi}}$$

$$k_r = \frac{2\pi}{\lambda_r} = \frac{\omega}{v_{fr}}$$

$$k_t = \frac{2\pi}{\lambda_t} = \frac{\omega}{v_{ft}}$$

ИСТА СРЕДИНА

$$k_i = k_r$$

$$v_{fi} = v_{fr}$$

ГРАНИЧНИ УСЛОВИ:

$$k_{iy} = k_{ry} \rightarrow \sin\theta_i = \sin\theta_r \rightarrow \boxed{\theta_i = \theta_r}$$ ЗАКОН ОДБИЈАЊА

$$k_{iy} = k_{ty} \rightarrow \boxed{\frac{\sin\theta_i}{v_{fi}} = \frac{\sin\theta_t}{v_{ft}}}$$ ЗАКОН ПРЕЛАМАЊА