

Popunjava student		Popunjava nastavnik						
Br. indeksa godina/broj	Prezime i ime	1	2	3	4	5	6	$\Sigma$

**Napomena:** Kolokvijum traje 120 minuta. Prvih 60 minuta nije dozvoljen izlazak iz sale. Upotreba grafitne olovke, kalkulatora (koji nisu programibilni) i fakultetske vežbanke je dozvoljena.

Rešenja zadataka napisati **čitko** na unutrašnjoj strani dvolisnice. Rezultate upisati **čitko** u predviđena, označena polja. Broj poena koji nosi svako označeno polje dat je u uglastim zagradama.

Dežurnom nastavniku **predati samo dvolisnicu sa zadacima**, a vežbanku poneti sa sobom.

1. Iskazati najbolju procenu tačne vrednosti mernih rezultata prikazanih u tabeli.

	Rezultat merenja $x$	Proširena kombinovana merna nesigurnost $U_c$	Broj značajnih cifara nesigurnosti $U_c$	Najbolja procena tačne vrednosti $(x \pm U_c)$ [ ]
[1]	759,658 kg/m <sup>3</sup>	65,487 kg/m <sup>3</sup>	2	(760 ± 65) kg/m <sup>3</sup>
[1]	3,76238 m	24,489 cm	1	(3,8 ± 0,3) m
[1]	67,35 g	463 mg	1	(67,4 ± 0,5) g
[1]	9,806 m/s <sup>2</sup>	0,015 m/s <sup>2</sup>	1	(9,81 ± 0,02) m/s <sup>2</sup>
[1]	0,284 · 10 <sup>-3</sup> kgm <sup>2</sup>	4,5 · 10 <sup>-5</sup> kgm <sup>2</sup>	1	(2,8 ± 0,5) · 10 <sup>-4</sup> kgm <sup>2</sup>

2. Pri merenju mase instrumentom rezolucije 0,1 g dobijena srednja vrednost uzorka iznosi 100 g. Odstupanja pojedinačnih rezultata od srednje vrednosti uzorka prikazana su u tabeli.

Redni broj merenja $i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Odstupanje $a_i$ [g]	0,1	2,3	-0,2	2,1	-2,4	-1,2	1,6	-0,8	1,3	?

Izračunati:

- deseto po redu odstupanje  $a_{10}$ , standardno odstupanje uzorka  $s$  i standardno odstupanje srednje vrednosti  $s_{xs}$ ,
- standardnu mernu nesigurnost tip A  $u_A$  i standardnu mernu nesigurnost tip B  $u_B$  (usvojiti uniformnu raspodelu),
- standardnu kombinovanu mernu nesigurnost  $u_C$  i proširenu mernu nesigurnost  $U_C$  (usvojiti Gausovu raspodelu na 99,7% intervalu statističke sigurnosti). Proširenu mernu nesigurnost  $U_C$  zaokružiti na jednu značajnu cifru. Iskazati najbolju procenu tačne vrednosti  $(x_s \pm U_C)$ .

Sve međurezultate ( $s$ ,  $s_{xs}$ ,  $u_A$ ,  $u_B$  i  $u_C$ ) zaokružiti na tri decimale.

[0,5]	[0,5]	[0,5]	[0,5]	[0,5]	[0,5]
$a_{10} = -2,8$ g	$s = 1,816$ g	$s_{xs} = 0,574$ g	$u_A = 0,574$ g	$u_B = 0,029$ g	$u_C = 0,575$ g
	[1]	[1]			
	$U_C = 2$ g	$(x_s \pm U_C)$ [ ] = (100 ± 2) g			

3. Gustina  $\rho$  tela oblika lopte određuje se na bazi merenja mase  $m$  i prečnika lopte  $d$ . Nesigurnost merenja mase je  $u_m$ , a nesigurnost merenja prečnika lopte je  $u_d$ . Izvesti izraz za relativnu standardnu kombinovanu mernu nesigurnost merenja gustine  $u_\rho/\rho$ . Smatrati da su merenja mase i prečnika lopte međusobno nekorelisane veličine i da merenja nisu ponavljana.

[1] $\rho = \frac{6m}{d^3\pi}$	[1] $\frac{\partial\rho}{\partial m} = \frac{6}{d^3\pi}$	[1] $\frac{\partial\rho}{\partial d} = -\frac{18m}{d^4\pi}$	[1] $u_\rho = \frac{6m}{d^3\pi} \sqrt{\left(\frac{u_m}{m}\right)^2 + \left(3\frac{u_d}{d}\right)^2}$	[1] $u_\rho/\rho = \sqrt{\left(\frac{u_m}{m}\right)^2 + \left(3\frac{u_d}{d}\right)^2}$
-----------------------------------	---	--	---	--

4. Pri eksperimentu određivanja gustine supstance u zrnastom obliku pomoću piknometra izmereni su sledeći podaci: masa supstance u zrnastom obliku  $m_1 = 103,7$  g, ukupna masa piknometra napunjenog vodom do vrha i supstance u zrnastom obliku  $m_2 = 128,4$  g, masa piknometra u koji je stavljena zrnasta supstanca i koji je potom dopunjen vodom do vrha  $m_3 = 118,5$  g. Gustina vode je  $\rho_0 = 1000$  kg/m<sup>3</sup>. Koliko iznosi gustina zrnaste supstance? Rezolucija elektronske vage je 0,1 g. Za mernu nesigurnost tip B elektronske vage usvojiti uniformnu raspodelu. Sve nesigurnosti izmerenih masa su jednake i međusobno nekorelisane. Nesigurnost gustine vode se zanemaruje. Za proširenu kombinovanu mernu nesigurnost usvojiti Gausovu raspodelu na intervalu statističke sigurnosti 95%. Proširenu mernu nesigurnost zaokružiti na jednu značajnu cifru.

[0,5] $\rho_x = \rho_0 \frac{m_1}{m_2 - m_3}$ (izraz)	[0,5] $\rho_x = 10475$ kg/m <sup>3</sup> (celobrojna vrednost)	[0,5] $\frac{\partial\rho_x}{\partial m_1} = \rho_0 \frac{1}{m_2 - m_3}$	[0,5] $\frac{\partial\rho_x}{\partial m_2} = -\rho_0 \frac{m_1}{(m_2 - m_3)^2}$	[0,5] $\frac{\partial\rho_x}{\partial m_3} = \rho_0 \frac{m_1}{(m_2 - m_3)^2}$
[1] $u_{\rho B} = \frac{\rho_0 u_m}{m_2 - m_3} \sqrt{1 + 2\left(\frac{m_1}{m_2 - m_3}\right)^2}$ (izraz)	[0,5] $u_{\rho B} = 43$ kg/m <sup>3</sup> (celobrojna vrednost)	[0,5] $U_{\rho C} = 90$ kg/m <sup>3</sup> (zaokružena vrednost)	[0,5] $(\rho_x \pm U_{\rho C}) [ ] = (10480 \pm 90)$ kg/m <sup>3</sup>	

5. Žica početne dužine  $l = 381,00$  cm i prečnika  $d = 0,98$  mm opterećena je tegom mase  $m = 4$  kg. Izmereno apsolutno istezanje pri datom opterećenju iznosi 1,22 mm. Rezolucija instrumenta za merenje dužine žice i apsolutnog istezanja žice je 0,02 mm, a rezolucija instrumenta za merenje prečnika žice je 0,01 mm. Sve nesigurnosti izmerenih veličina ( $u_l$  i  $u_d$ ) su međusobno nekorelisane i za sve se usvaja uniformna raspodela. Izračunati modul elastičnosti žice (za  $\pi = 3,14$ ) i rezultat izraziti u obliku  $E_Y \pm U_{E_Y}$ . Za proširenu kombinovanu mernu nesigurnost usvojiti Gausovu raspodelu na intervalu statističke sigurnosti 95%. Proširenu mernu nesigurnost zaokružiti na jednu značajnu cifru. Gravitaciono ubrzanje zemljine teže je  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>.

[0,5] $E_Y = \frac{4mg}{\pi d^2} \cdot \frac{l}{\Delta l}$ (izraz)	[0,5] $E_Y = 1,63 \cdot 10^{11}$ N/m <sup>2</sup> (brojna vrednost u naučnoj notaciji na 2 decimale)	[2,5] $u_{E_Y} = E_Y \sqrt{\left(\frac{u_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{u_l}{\Delta l}\right)^2 + \left(2\frac{u_d}{d}\right)^2}$ (izraz)	[0,5] $u_{E_Y} = 1,23 \cdot 10^9$ N/m <sup>2</sup> (brojna vrednost u naučnoj notaciji na 2 decimale)
	[0,5] $U_{E_Y} = 3 \cdot 10^9$ N/m <sup>2</sup> (zaokružena vrednost na jednu značajnu cifru)	[0,5] $(E_Y \pm U_{E_Y}) [ ] = (1,63 \pm 0,03) \cdot 10^{11}$ N/m <sup>2</sup>	

6. Pri merenju gravitacionog ubrzanja pomoću matematičkog klatna izmeren je period oscilovanja  $T$  za 10 različitih dužina klatna  $l$ . Jedan par rezultata merenja je (67 cm, 1,67 s). Odstupanje te tačke od optimalne prave je  $\varepsilon_m$  i iznosi -0,08 s<sup>2</sup>. Izračunati koeficijent pravca optimalne prave  $a$  (rezultat zaokružiti na dve decimale). Koliko iznosi izmerena vrednost gravitacionog ubrzanja  $g_M$  (za  $\pi=3,14$ )? Rezultat zaokružiti na tri decimale. Ako je uslovno tačna vrednost gravitacionog ubrzanja za Beograd  $g_{BG} = 9,806$  m/s<sup>2</sup>, koliko iznosi relativna greška merenja  $\varepsilon_r$ . Relativnu grešku izraziti u procentima i zaokružiti na jednu decimalu.

[1] $a = 4,28$ s <sup>2</sup> /m (brojna vrednost)	[1] $g_M = \frac{4\pi^2}{a}$ (izraz)	[1] $g_M = 9,215$ m/s <sup>2</sup> (zaokružena vrednost)	[1] $\varepsilon_r = \frac{g_M - g_{BG}}{g_{BG}}$ (izraz)	[1] $\varepsilon_r [\%] = -6,0\%$ (zaokružena vrednost)
--	--	--	---	---